



KULTUSMINISTER KONFERENZ

Bildungsstandards für das Fach Mathematik Erster Schulabschluss (ESA) und Mittlerer Schulabschluss (MSA)

(Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004 und vom 04.12.2003,
i.d.F. vom 23.06.2022)

Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland

Taubenstraße 10 · 10117 Berlin
Postfach 11 03 42 · 10833 Berlin
Tel.: 030 25418-499

Graurheindorfer Straße 157 · 53117 Bonn
Postfach 22 40 · 53012 Bonn
Tel.: 0228 501-0

Einleitung

Die Gesamtstrategie der Kultusministerkonferenz (KMK) zum Bildungsmonitoring in Deutschland sieht vor, durch die Einführung von gemeinsamen Bildungsstandards für Transparenz schulischer Anforderungen zu sorgen, die Entwicklung eines kompetenzorientierten Unterrichts zu fördern und eine Grundlage für die Überprüfung der erreichten Ergebnisse zu schaffen. Das von der KMK gewählte Konzept von Bildungsstandards legt fest, welche fachbezogenen Kompetenzen Schülerinnen und Schüler bis zum Ende eines bestimmten Abschnitts in der Schullaufbahn entwickelt haben sollen. Unter einer Kompetenz wird dabei die Fähigkeit verstanden, Wissen und Können in den jeweiligen Fächern zur Lösung von Problemen anzuwenden. Die in den Bildungsstandards definierten Kompetenzen werden durch Beschreibungen von Anforderungen konkretisiert und anhand von Lernaufgaben illustriert. Die Bildungsstandards konzentrieren sich auf die zentralen fachlichen Kompetenzen. Beschreibungen und Konkretisierungen fachübergreifender Bildungs- und Erziehungsziele erfolgen außerhalb der fachbezogenen Bildungsstandards.

Als schulstufen- bzw. abschlussbezogene und in allen Ländern verbindliche Zielvorgaben bilden die Bildungsstandards der KMK eine wichtige Grundlage für die Entwicklung und Sicherung von Bildungsqualität in den Schulen. Sie sollen schulische Lehr- und Lernprozesse auf eine kumulative und systematisch vernetzte Entwicklung von Kompetenzen orientieren, die auch für zukünftige Bildungsprozesse der Schülerinnen und Schüler bedeutsam sind. Weiterhin sollen sie dazu beitragen, die Durchlässigkeit von Bildungswegen und die Vergleichbarkeit von Abschlüssen sicherzustellen. Flankiert von geeigneten Implementierungs- und Unterstützungsmaßnahmen bilden Bildungsstandards eine Basis für eine systematische Weiterentwicklung des Bildungssystems.

Bei den in Deutschland eingeführten Bildungsstandards handelt es sich um Regelstandards, die angeben, welches Kompetenzniveau Schülerinnen und Schüler im Durchschnitt in einem Fach erreichen sollen. Bereits in den Jahren 2003 und 2004 hat die KMK Bildungsstandards für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4), den Ersten Schulabschluss (damals Hauptschulabschluss, Jahrgangsstufe 9) und den Mittleren Schulabschluss (Jahrgangsstufe 10) verabschiedet. Sie bilden seither verbindliche normative Referenzpunkte für die länderspezifischen curricularen Vorgaben und die Orientierung des Unterrichts, für die Ausgestaltung von Prüfungen und im Rahmen der KMK-Strategie zum Bildungsmonitoring für die Überprüfung der Standarderreichung mit länderübergreifenden Testverfahren (VERA und IQB-Bildungstrend).

Mit einer Bedarfsanalyse hat die KMK im Jahr 2019 überprüft, inwieweit die vorliegenden Bildungsstandards einer Weiterentwicklung bedürfen. Unter breiter Beteiligung von Fachexpertinnen und -experten aus den Ländern und Vertreterinnen und Vertretern der jeweiligen Fachdidaktiken wurde im Rahmen der Bedarfsanalyse insgesamt ein mittelgroßer bis hoher Überarbeitungsbedarf festgestellt. Aufgrund dieses Befundes hat die KMK am 18. Juni 2020 beschlossen, alle Bildungsstandards für den Primarbereich und die Sekundarstufe I weiterzuentwickeln. Für die Fächer Deutsch und Mathematik werden diese nun vorgelegt.

Nach mehr als zehn Jahren liegen für die Bildungsstandards umfangreiche Implementierungserfahrungen auf unterschiedlichen Ebenen vor, die eine realistische

Einschätzung dessen ermöglichen, was sich bewährt hat und umsetzbar ist. In nicht wenigen Fällen ist daher eine deutlich weitergehende Konkretisierung der Standardformulierungen und damit Stärkung ihrer Orientierungsfunktion möglich. Die nun vorliegenden Kompetenzbeschreibungen haben deshalb im Vergleich zu den früheren Vorgaben in vielen Bereichen eine Präzisierung erfahren.

Die nun vorgelegten Bildungsstandards gewährleisten eine deutlich höhere stufenübergreifende Konsistenz. Dies ist unter anderem für die Lehrplanarbeit wichtig, die eine Verständigung über fachspezifische Übergänge gewährleisten muss, und auch für die pädagogische Praxis von Lehrkräften, die in ihrer Unterrichtsplanung Passungen zwischen Schulstufen herstellen müssen. Die Gelegenheit der Weiterentwicklung der Standards für den Primarbereich und die Sekundarstufe I wurde deshalb genutzt, um sowohl die stufenübergreifende Progression der Anforderungen als auch die Konsistenz von Konzepten und Begriffen zu optimieren, auch mit Blick auf den Übergang zur Sekundarstufe II.

Mit der Strategie „Bildung in der digitalen Welt“ hat die KMK 2016 einen Rahmen für Kompetenzen in der digitalen Welt formuliert, also für Anforderungen, die Kinder und Jugendliche in einer zunehmend digital orientierten bestimmten Welt zu bewältigen haben. Im Jahr 2021 hat die KMK die Strategie mit der Empfehlung „Lehren und Lernen in der digitalen Welt“ ergänzt. Demnach ist die Berücksichtigung veränderter Bedingungen des Lehrens und Lernens im Kontext digitalen Wandels Aufgabe aller Fächer. Die vorliegenden Bildungsstandards nehmen diese Anforderung konsequent auf, indem die Strukturmodelle und die Standardformulierungen mit Blick auf die domänenspezifischen Erwartungen an den Kompetenzerwerb in der digitalen Welt weiterentwickelt wurden. Dabei werden die unterschiedlichen fachspezifischen Voraussetzungen berücksichtigt.

In den Fächern, für die Bildungsstandards vorliegen, wird auch am Erwerb von Kompetenzen gearbeitet, die für andere Fächer und über die Fachgrenzen hinweg bei der Bearbeitung von grundsätzlich überfachlichen Aufgaben der Schule von Bedeutung sind.

Die Anforderungen der weiterentwickelten Bildungsstandards werden – wie bisher – durch illustrierende Aufgabenbeispiele konkretisiert, die separat online publiziert werden, um sie künftig ggf. in kürzeren Intervallen aktualisieren zu können. Die Sammlung umfasst klassische Aufgabenformate sowie solche, die innovative didaktische Entwicklungen auch unter Rückgriff auf digitale Medien aufgreifen. Diese Aufgaben, die von erfahrenen Lehrkräften der Länder in Kooperation mit Fachdidaktikerinnen und Fachdidaktikern erarbeitet wurden, zeigen beispielhaft, welche Aufgabenstellungen dazu geeignet sein können, die jeweiligen Kompetenzen bei Schülerinnen und Schülern im Unterricht zu entwickeln. Es handelt sich dabei also um Lernaufgaben, nicht um Prüfungs- oder Testaufgaben. Sie sollen aktive Lernprozesse anstoßen und diese durch eine Folge von gestuften Aufgabenstellungen steuern. Komplexere Lernaufgaben zielen überdies darauf ab, die Steuerung der Aufgabenbearbeitung auf die Lernenden zu übertragen.

In den Einleitungen zu den einzelnen Lernaufgaben wird kurz dargestellt, welche Bildungsstandards sie illustrieren, wie die Aufgaben weiteren Strukturierungsmerkmalen von Kompetenzen im jeweiligen Fach zuzuordnen sind und inwiefern die Aufgaben besonders geeignet sind, die Zielkompetenzen zu entwickeln. Dabei ist zu berücksichtigen, dass es sich bei den Lernaufgaben nicht um komplette Unterrichtseinheiten handelt, die auf eine

umfassende Bearbeitung des jeweiligen Materials abzielen, sondern um ausgewählte Aufgabenstellungen, die gezielt einzelne Kompetenzbündel exemplarisch in den Blick nehmen.

Die vorliegenden Bildungsstandards gelten für alle Bildungsgänge, die zum Ersten Schulabschluss und zum Mittleren Schulabschluss führen. Sie gelten für alle Schülerinnen und Schüler, die die entsprechenden Abschlüsse anstreben. Bei der Umsetzung der Bildungsstandards im Unterricht muss jedoch selbstverständlich die Heterogenität der Schülerinnen und Schüler berücksichtigt werden, die unter anderem mit ihrem sozialen und kulturellen Hintergrund, ihrer Herkunftssprache und ihrem Geschlecht verbunden ist. Ziel sollte sein, mithilfe von geeigneten Strategien der Planung, Gestaltung und Weiterentwicklung des Unterrichts sowie schulischer Unterstützungsangebote die Voraussetzungen zu schaffen, dass alle Schülerinnen und Schüler die Bildungsstandards in der Regel erreichen können. In einem inklusiven Unterricht ist darüber hinaus zu klären, wie die Anforderungen an die individuellen Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler anzupassen sind. Für zielfferent unterrichtete Kinder und Jugendliche sind die Bildungsstandards nicht im vollen Umfang maßgeblich.

Das vorliegende Dokument wurde vom IQB in Zusammenarbeit mit Fachexpertinnen und Fachexperten der Länder, Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern in den relevanten fachdidaktischen Bereichen sowie in enger Abstimmung mit einer von der KMK eingesetzten Steuerungsgruppe erstellt. Vorläufige Fassungen wurden von den Ländern mehrfach kommentiert und im Schulausschuss der KMK und in der Amtschefskommission „Qualitätssicherung in Schulen“ beraten. Am 13.12.2021 fand zu den Entwürfen ein Fachgespräch mit Vertreterinnen und Vertretern der Lehrkräfte- und Fachverbände statt. Viele der Änderungsvorschläge wurden in der weiteren Überarbeitung der Bildungsstandards aufgegriffen und umgesetzt. Das Resultat dieses komplexen Verständigungsprozesses über die Kompetenzen, die Kinder und Jugendliche im Fach Mathematik in der Sekundarstufe I erwerben sollen, bilden die vorliegenden Bildungsstandards. Sie wurden am 23.06.2022 vom Plenum der Kultusministerkonferenz verabschiedet.

Die Darstellung der Bildungsstandards in den einzelnen Fächern folgt einer einheitlichen Gliederung. So weit wie möglich wurde versucht, kohärente Konzepte und Begriffe zu verwenden, ohne dabei jedoch die Besonderheiten der Fächer zu verkennen.

In der *Fachpräambel* werden zunächst die allgemeinen Ziele des jeweiligen Faches beschrieben. Dabei wird nicht nur auf die Rolle des Faches für übergreifende Ziele schulischer Bildungsprozesse eingegangen, sondern auch auf die Frage, welche allgemeinen Kompetenzen Schülerinnen und Schüler im jeweiligen Fach entwickeln sollen. Weiterhin wird in diesem Abschnitt erläutert, von welchen fachdidaktischen bzw. fachbezogenen bildungstheoretischen Grundlagen die Bildungsstandards im jeweiligen Fach ausgehen und welche Rolle Bildung in der digitalen Welt im jeweiligen Fach spielt. Die Bildungsstandards orientieren sich am aktuellen Stand fachdidaktischer Forschung und Diskussionen und setzen auch innovative Impulse. Ferner werden in den Fachpräambeln die Kompetenzbereiche und ihre Struktur beschrieben, auf die sich die Bildungsstandards beziehen. Die Kompetenzbereiche werden grafisch dargestellt und jeweils kurz beschrieben.

Den Kern des Dokumentes bildet die *Darstellung der Bildungsstandards*, die zunächst allgemein eingeführt werden. Es wird beschrieben, welche Aspekte des Wissens und Könnens der jeweilige Kompetenzbereich umfasst und wie diese miteinander zusammenhängen. Anschließend folgt die Auflistung der Kompetenzen, die die Schülerinnen und Schüler entwickeln sollen. Diese sind in Form von Anforderungen formuliert, die Schülerinnen und Schüler am Ende der jeweiligen Jahrgangsstufe bewältigen können sollen. Insgesamt beschreiben die Bildungsstandards, über welche Kompetenzen Schülerinnen und Schüler in der Regel verfügen sollen, wenn sie den jeweiligen Abschluss der Sekundarstufe I erwerben.

Damit Bildungsstandards ihre angestrebte Wirksamkeit entfalten können, müssen diese von den verschiedenen Akteuren im Bildungssystem aufgegriffen und umgesetzt werden. Dies betrifft die Bildungspolitik, die Bildungsadministration, die Lehrkräfteaus- und Lehrkräfteweiterbildung sowie die Schulpraxis. Die Länder werden daher Strategien entwickeln und umsetzen, die darauf abzielen, die Erreichung der vereinbarten Zielvorgaben zu gewährleisten. Das Erreichen der Bildungsstandards im Fach Mathematik (Sekundarstufe I) wird länderübergreifend erstmals im Rahmen des IQB-Bildungstrends 2030 überprüft werden. Die Studien dienen dazu, den Ländern Rückmeldung darüber zu geben, inwieweit die angestrebten Kompetenzen entwickelt werden konnten.

1. Der Beitrag des Faches Mathematik zur Bildung

Auftrag von Schule ist die Entfaltung allgemeiner Bildung, die es jedem Menschen ermöglichen soll, sich in der gegenwärtigen und zukünftigen Welt zu orientieren und am gesellschaftlichen Leben aktiv teilzunehmen. Dabei ist die Förderung der mathematischen Kompetenzen ein wesentlicher Bestandteil dieses Bildungsauftrags. Mathematikunterricht trägt zur Bildung der Schülerinnen und Schüler bei, indem er ihnen insbesondere folgende Grunderfahrungen ermöglicht, die miteinander in engem Zusammenhang stehen:

- Mathematik als Werkzeug, um Erscheinungen der Welt aus Natur, Gesellschaft, Kultur, Beruf und Arbeit in einer spezifischen Weise wahrzunehmen und zu verstehen,
- Mathematik als geistige Schöpfung und auch deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen,
- Mathematik als Mittel zum Erwerb von auch über die Mathematik hinausgehenden, insbesondere heuristischen Fähigkeiten, zu erfahren.

Diese Grunderfahrungen können ermöglicht werden, wenn die Mathematik spiralförmig entlang wesentlicher Ideen, die als Leitideen bezeichnet werden, entwickelt wird. Deshalb orientieren sich die Standards an für Schülerinnen und Schüler verständlichen Leitideen. Diese Leitideen beziehen sich auf Sachgebiete der Mathematik, sie sind jedoch nicht identisch mit ihnen. Die Betonung grundlegender Ideen soll verdeutlichen, dass mathematische Phänomene wie Zählen oder Messen sachgebietsübergreifend relevant sind.

Die Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Ersten Schulabschluss bzw. den Mittleren Schulabschluss benennen dabei prozessbezogene und inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen, die Schülerinnen und Schüler in aktiver Auseinandersetzung mit vielfältigen mathematischen Inhalten im Mathematikunterricht erwerben sollen. Das bedingt, dass Mathematiklernen nicht auf die Aneignung von Kenntnissen und Fertigkeiten reduziert werden darf, sondern das Ziel ein gesichertes Verständnis mathematischer Inhalte ist. Dazu bearbeiten Schülerinnen und Schüler Probleme, Aufgaben und Projekte mit mathematischen Mitteln, lesen und schreiben mathematische Texte, kommunizieren über mathematische Inhalte u. a. m. Dies geschieht in einem Unterricht, der aufbauend auf Alltagserfahrungen und Vorwissen selbstständiges Lernen, die Entwicklung von kommunikativen Fähigkeiten und Kooperationsbereitschaft sowie eine zeitgemäße Informationsbeschaffung, Dokumentation und Präsentation von Lernergebnissen zum Ziel hat. Unterricht in Mathematik muss alle Vorerfahrungen und Bedürfnisse der Schülerinnen und Schüler (z. B. bedingt durch Kultur, Lernvoraussetzungen) einbeziehen, um Inklusion zu realisieren, und alle dazu ermutigen, Interesse an mathematischen Zusammenhängen selbstbewusst und kreativ zu verfolgen und so individuelle Fähigkeiten und Entwicklungspotenziale zu nutzen. Der Auftrag der schulischen Bildung geht über den Erwerb fachspezifischer Kompetenzen hinaus. Zusammen mit anderen Fächern zielt Mathematikunterricht auch auf personale Bildung zur Teilhabe in der Gesellschaft (insbesondere Persönlichkeitsentwicklung, Wertorientierung, Medienkompetenz).

Unterricht, der sich an den Bildungsstandards orientiert, nimmt die Lernprozesse und Lernergebnisse der Schülerinnen und Schüler in den Blick und hängt nicht allein von der Fachsystematik der mathematischen Lerninhalte ab. Ebenso wird ermöglicht, individuelle Lernwege und Lernergebnisse zu analysieren und für das weitere Lernen zu nutzen, damit

mathematisches Wissen funktional, flexibel und mit Einsicht in vielfältigen kontextbezogenen Situationen angewendet werden kann. Darüber hinaus findet auch ein konstruktiver Umgang mit Fehlern und Präkonzepten statt. Schülerinnen und Schüler sollen auf diese Weise Mathematik als anregendes, nutzbringendes und kreatives Betätigungsfeld erleben, in dem auch Hilfsmittel wie digitale Medien entsprechend sinnvoll eingesetzt werden. Für einen solchen Mathematikunterricht steht die Beschreibung der prozessbezogenen und inhaltsbezogenen Kompetenzen. Kapitel 2 verdeutlicht allgemein die Anforderungsbereiche der im Rahmen der prozessbezogenen Kompetenzen in Kapitel 3 beschriebenen Anforderungen. Die im Kapitel 4 vorgenommene Strukturierung der inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen nach mathematischen Leitideen unterstützt dies, indem bei der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten sachgebietsübergreifendes, vernetzendes Denken und Verständnis grundlegender mathematischer Begriffe erreicht werden sollen.

Mit dem Erwerb des Ersten Schulabschlusses bzw. des Mittleren Schulabschlusses sollen Schülerinnen und Schüler über die nachfolgend genannten Kompetenzen verfügen.

Prozessbezogene Kompetenzen

- Mathematisch argumentieren
- Mathematisch kommunizieren
- Probleme mathematisch lösen
- Mathematisch modellieren
- Mathematisch darstellen
- Mit mathematischen Objekten umgehen
- Mit Medien mathematisch arbeiten

Inhaltsbezogene Kompetenzen

- Leitidee Zahl und Operation
- Leitidee Größen und Messen
- Leitidee Strukturen und funktionaler Zusammenhang
- Leitidee Raum und Form
- Leitidee Daten und Zufall

Die Reihenfolge der Darstellung der prozessbezogenen Kompetenzen und der inhaltsbezogenen Kompetenzen (Leitideen) stellt keine Gewichtung dar.

Die in den Bildungsstandards beschriebenen Kompetenzen sind für das mathematische Arbeiten relevant und werden immer im Verbund erworben bzw. angewendet. Insbesondere entwickeln und zeigen sich prozessbezogene Kompetenzen nur in der aktiven Auseinandersetzung mit Fachinhalten. Dabei beschreiben die drei Anforderungsbereiche unterschiedliche kognitive Ansprüche mathematischer Aktivitäten. Die prozessbezogenen Kompetenzen manifestieren sich in mathematischen Inhalten, d. h. prozessbezogene Kompetenzen und Leitideen sind untrennbar miteinander verknüpft (vgl. Abb. 1). Man wird erst dann vom hinreichenden Erwerb einer prozessbezogenen Kompetenz sprechen, wenn diese an ganz unterschiedlichen Leitideen in allen drei Anforderungsbereichen erfolgreich eingesetzt werden kann. Die Struktur der prozessbezogenen Kompetenzen und der Leitideen im Fach Mathematik wurde so gewählt, dass die Anschlussfähigkeit der in der Sekundarstufe I zu

erwerbenden Kompetenzen an die Grundschule auch durch die Bezeichnungen in den Bildungsstandards deutlich wird. Der Mathematikunterricht baut auf den in der Primarstufe erworbenen Kompetenzen spiralförmig auf.

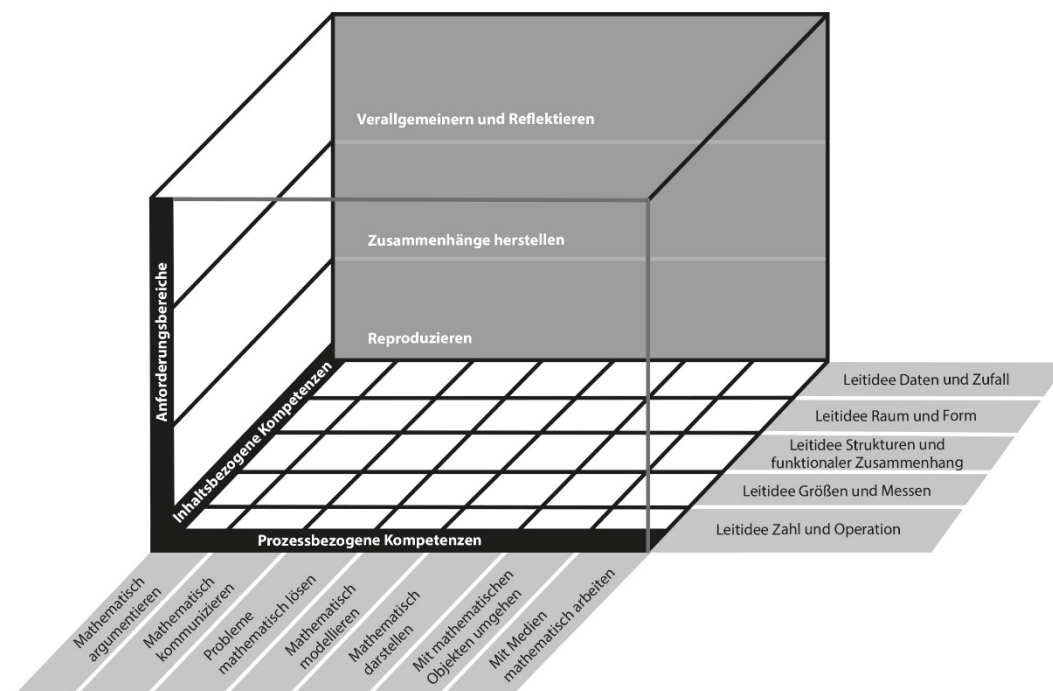


Abbildung 1: Kompetenzmodell der Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Ersten Schulabschluss und den Mittleren Schulabschluss

Für den Erwerb der Kompetenzen ist im Unterricht auf eine Vernetzung der Inhalte der Mathematik untereinander ebenso zu achten wie auf eine Vernetzung mit anderen Fächern. Aufgaben mit Anwendungen aus der Lebenswelt haben die gleiche Wichtigkeit und Wertigkeit wie innermathematische Aufgaben.

Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen wird durch den sinnvollen und dem Primat des Pädagogischen folgenden Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge und weiterer digitaler Medien unterstützt. So bietet sich beispielsweise an,

- sie beim Entdecken mathematischer Zusammenhänge, für die Reduktion schematischer Abläufe und die Verarbeitung auch größerer Datenmengen sowie
- beim selbstgesteuerten Lernen und Anwenden zu nutzen.

Zu den digitalen Mathematikwerkzeugen gehören unter anderem wissenschaftliche Taschenrechner, Geometriesoftware, Tabellenkalkulation, Stochastiktools und Computeralgebrasysteme. Zu den mathematikspezifischen digitalen Medien gehören unter anderem Apps zur Lernstandsbestimmung, Erklärvideos und Programme zum Üben.

Hinweis:

Einige der in den Bildungsstandards beschriebenen Kompetenzen werden durch Angaben, die mit "z. B." eingeleitet sind, näher erläutert. Hierbei handelt es sich immer um fakultative, exemplarisch gemeinte Hinweise.

2. Anforderungsbereiche

Zum Lösen mathematischer Aufgaben werden die prozessbezogenen Kompetenzen in unterschiedlicher Ausprägung benötigt. Diesbezüglich lassen sich drei Anforderungsbereiche für alle Schülerinnen und Schüler unterscheiden: (I) Reproduzieren, (II) Zusammenhänge herstellen sowie (III) Verallgemeinern und Reflektieren. Im Allgemeinen nehmen Anspruch und kognitive Komplexität von Anforderungsbereich I bis Anforderungsbereich III zu. Die Anforderungsbereiche sind für alle prozessbezogenen Kompetenzen wie folgt charakterisiert:

Anforderungsbereich I: Reproduzieren

Dieser Anforderungsbereich umfasst die Wiedergabe und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen, Sätzen und Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet und einem wiederholenden Zusammenhang.

Anforderungsbereich II: Zusammenhänge herstellen

Dieser Anforderungsbereich umfasst das selbstständige Auswählen, Anordnen, Darstellen und Bearbeiten bekannter Sachverhalte, indem Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten verknüpft werden, die in der Auseinandersetzung mit Mathematik auf verschiedenen Gebieten erworben wurden.

Anforderungsbereich III: Verallgemeinern und Reflektieren

Dieser Anforderungsbereich umfasst das selbstständige Auswählen geeigneter Arbeitstechniken und Verfahren sowie das Bearbeiten komplexer oder unbekannter Sachverhalte u. a. mit dem Ziel, zu eigenen Problemformulierungen, Lösungen, Begründungen, Folgerungen, Interpretationen oder Wertungen zu gelangen.

3. Prozessbezogene Kompetenzen

Mathematisch argumentieren

Zu dieser Kompetenz gehören sowohl das Entwickeln eigenständiger, situationsangemessener mathematischer Argumentationen (wie Begründungen, Beweise), als auch das Erläutern, Prüfen und Begründen von Lösungswegen und das begründete Äußern von Vermutungen. Das Spektrum reicht dabei von einfachen Plausibilitätsargumenten über inhaltlich-anschauliche Begründungen bis hin zu Argumentationsketten.

*Die Schülerinnen und Schüler***Reproduzieren**

- geben vertraute Argumentationen wieder (wie Rechnungen, Verfahren, Herleitungen, Sätze),
- formulieren typische Fragen, die auf Argumentationen zielen („Wie verändert sich ...?“, „Ist das immer so ...?“),
- begründen angemessen auf Basis von Alltagswissen,

Zusammenhänge herstellen

- entwickeln und erläutern überschaubare mehrschrittige Argumentationen,
- erläutern Lösungswege und prüfen sie u. a. auf Konsistenz,
- bewerten Ergebnisse und Aussagen auch bzgl. ihres Anwendungskontextes,
- erläutern mathematische Zusammenhänge, Ordnungen und logische Strukturen,

Verallgemeinern und Reflektieren

- entwickeln und erläutern komplexe Argumentationen,
- bewerten verschiedene Argumentationen (z. B. in Texten und Darstellungen aus digitalen Medien),
- stellen selbstständig Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und äußern begründet Vermutungen.

Mathematisch kommunizieren

Zu dieser Kompetenz gehören sowohl das Entnehmen von Informationen aus Texten, mündlichen Äußerungen oder sonstigen Quellen als auch das Darlegen von Überlegungen, Lösungswegen bzw. Ergebnissen in mündlicher und schriftlicher Form auch unter Verwendung einer adressatengerechten Fachsprache. Das Spektrum reicht von der direkten Informationsentnahme aus Texten des Alltagsgebrauchs bzw. vom Aufschreiben einfacher Lösungswege bis hin zum sinnentnehmenden Erfassen fachsprachlicher Texte bzw. vom Dokumentieren einfacher Lösungswege zum strukturierten Darlegen oder Präsentieren eigener Überlegungen, auch mit Hilfe geeigneter Medien.

*Die Schülerinnen und Schüler***Reproduzieren**

- formulieren einfache mathematische Sachverhalte mit eigenen Worten und mithilfe mathematischer Begriffe mündlich und schriftlich,
- entnehmen Informationen aus einfachen mathemathikhaltigen Texten und Abbildungen,
- reagieren sach- und adressatengerecht auf Fragen und Kritik zu eigenen Lösungen,

Zusammenhänge herstellen

- stellen Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse und Verfahren verständlich dar,
- erfassen, interpretieren und deuten komplexere mathemathikhaltige Texte und Abbildungen sinnentnehmend und strukturieren Informationen,
- Verwenden die mathematische Fachsprache situationsangemessen und erklären ihre Bedeutung,
- gehen fachbezogen auf Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten ein (z. B. konstruktiver Umgang mit Fehlern, Weiterführen mathematischer Ideen),

Verallgemeinern und Reflektieren

- präsentieren sachgerecht komplexe mathematische Sachverhalte mündlich und schriftlich,
- interpretieren und beurteilen komplexe mathematische Texte sinnentnehmend,
- vergleichen und bewerten Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten sachlich und fachlich angemessen.

Probleme mathematisch lösen

Diese Kompetenz beinhaltet, ausgehend vom Erkennen und Formulieren mathematischer Probleme, das Auswählen geeigneter Heuristiken sowie das Entwickeln und Ausführen geeigneter Lösungswege. Das Spektrum reicht vom Bearbeiten vorgegebener und selbst formulierter Probleme auf der einen Seite bis hin zum Überprüfen der Plausibilität von Ergebnissen, dem Finden von Lösungsideen und dem Reflektieren von Lösungswegen auf der anderen Seite. Geeignete Heuristiken (u. a. Skizzen erstellen, systematisch probieren, rückwärts arbeiten, zerlegen und ergänzen) zum Problemlösen werden ausgewählt und angewendet.

Die Schülerinnen und Schüler

Reproduzieren

- geben Heuristiken an (z. B. Skizze erstellen, systematisch probieren),
- lösen einfache Probleme mit bekannten Heuristiken (z. B. systematisches Probieren),

Zusammenhänge herstellen

- formulieren Problemstellungen,
- wählen geeignete Heuristiken zur Lösung entsprechender Probleme aus,
- überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen,

Verallgemeinern und Reflektieren

- lösen anspruchsvolle, komplexe oder offen formulierte Probleme,
- reflektieren das Finden von Lösungsideen, vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege.

Mathematisch modellieren

Beim mathematischen Modellieren geht es um das Lösen eines realen Problems mit Hilfe von Mathematik. Von besonderer Bedeutung dabei ist das Übersetzen zwischen Realsituationen und mathematischen Begriffen, Resultaten oder Methoden. Typische Teilschritte des Modellierens sind das Strukturieren und Vereinfachen gegebener Realsituationen, das Übersetzen realer Gegebenheiten in mathematische Modelle, das Arbeiten im mathematischen Modell, das Interpretieren mathematischer Ergebnisse in Bezug auf Realsituationen und das Überprüfen von Ergebnissen sowie des Modells im Hinblick auf Stimmigkeit und Angemessenheit bezogen auf die Realsituation. Das Spektrum reicht von Standardmodellen (z. B. proportionale Zuordnung) bis hin zu komplexeren Modellierungen (z. B. geometrische Konstruktionen, Sinusfunktion, Exponentialfunktion, Zufallsexperimente).

*Die Schülerinnen und Schüler***Reproduzieren**

- ordnen einfachen Realsituationen aus dem Alltag mathematische Objekte zu,
- nutzen bekannte und direkt erkennbare Modelle (z. B. Proportionalität bzw. Dreisatz),
- prüfen die Passung der Resultate zur Aufgabenstellung,

Zusammenhänge herstellen

- wählen ein geeignetes mathematisches Modell aus,
- nehmen Mathematisierungen vor, die mehrere Schritte erfordern,
- interpretieren Ergebnisse einer Modellierung,
- prüfen Ergebnisse einer Modellierung auf Plausibilität in Bezug auf die Ausgangssituation,
- ordnen einem mathematischen Modell passende Situationen zu,

Verallgemeinern und Reflektieren

- modellieren komplexe oder unvertraute Situationen und entwickeln ggf. eigene Modelle,
- reflektieren und beurteilen verwendete mathematische Modelle kritisch, z. B. in Bezug auf die Realsituation,
- entscheiden, ob der Modellierungskreislauf erneut durchlaufen werden sollte.

Mathematisch darstellen

Diese Kompetenz umfasst das Erzeugen und Vernetzen von sowie das Umgehen mit mathematischen Darstellungen - der grafisch-visuellen, algebraisch-formalen, numerisch-tabellarischen, verbal-sprachlichen Darstellung. Das Spektrum reicht von Anwenden, Interpretieren und Unterscheiden von Standarddarstellungen über den Wechsel geeigneter mathematischer Darstellungen bis hin zum Erstellen eigener Darstellungen, die dem Strukturieren und Dokumentieren individueller Überlegungen dienen.

*Die Schülerinnen und Schüler***Reproduzieren**

- nutzen und erzeugen vertraute und geübte Darstellungen von mathematischen Objekten und Situationen,
- interpretieren vertraute Darstellungen,

Zusammenhänge herstellen

- wählen eine Darstellung passend zur Problemstellung aus,
- wechseln sachgerecht zwischen mathematischen Darstellungen und erklären, wie sie vernetzt sind,
- übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt,

Verallgemeinern und Reflektieren

- entwickeln eigene Darstellungen,
- analysieren und beurteilen verschiedene Formen der Darstellung entsprechend ihres Zwecks,
- interpretieren nicht vertraute Darstellungen und beurteilen ihre Aussagekraft.

Mit mathematischen Objekten umgehen

Diese Kompetenz beinhaltet das verständige Umgehen mit mathematischen Objekten wie Zahlen, Größen, Symbolen, Variablen, Termen, Formeln, Gleichungen und Funktionen sowie in der Geometrie Strecken, Winkeln und Kreisen mit und ohne Hilfsmittel. Das Spektrum reicht hier von einfachen, überschaubaren Routineverfahren bis hin zu komplexen Verfahren einschließlich deren reflektierender Bewertung. Diese Kompetenz beinhaltet auch Faktenwissen und Regelwissen für ein zielgerichtetes und effizientes Bearbeiten von mathematischen Aufgabenstellungen.

Die Schülerinnen und Schüler

Reproduzieren

- verwenden Routineverfahren (z. B. Lösen einer linearen Gleichung),
- gehen mit vertrauten mathematischen Objekten (z. B. Strecken, Termen, Gleichungen) um,

Zusammenhänge herstellen

- führen komplexere Lösungs- und Kontrollverfahren aus,
- beschreiben die innere Struktur mathematischer Objekte (z. B. von Termen) und gehen flexibel und sicher mit ihnen um,

Verallgemeinern und Reflektieren

- bewerten Lösungs- und Kontrollverfahren hinsichtlich ihrer Effizienz,
- beschreiben die innere Struktur von Lösungsverfahren, erfassen deren Allgemeingültigkeit und übertragen die Verfahren auf neue Situationen.

Mit Medien mathematisch arbeiten

Mathematische Bildung in der digitalen Welt umfasst: Fachliche Kompetenzen digital zu fördern und digitale Kompetenzen fachlich zu fördern. Darüber hinaus sollte ein Beitrag geleistet werden zur digitalen personalen Bildung, um Mathematik für die kritische Rezeption von Alltagsmedien zu nutzen. Dazu gehört der Umgang analoger Medien (Schulbuch, Lineal, Körpermodell, Formelsammlung, Spielwürfel, ...) im Verbund mit digitalen Medien. Digitale Medien, die für das Lernen und Lehren von Mathematik relevant sind, umfassen mathematikspezifische sowie allgemeine Medien. Mathematikspezifisch sind insbesondere digitale Mathematikwerkzeuge als themenübergreifende Medien, aber auch themenspezifische mathematikhaltige Medien (z. B. Apps, interaktive Lernangebote). Allgemeine Medien (z. B. Videos, Textverarbeitung, Präsentationsmedien) spielen eine Rolle, da sie erfordern, mathematikhaltige Informationen zu bündeln, zu präsentieren und nach mathematischen Kriterien zu beurteilen. Das Spektrum der Kompetenzen reicht von der Nutzung analoger Medien, der kritischen Prüfung von Informationen der digitalen Welt unter mathematischen Gesichtspunkten, der Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge (z. B. Tabellenkalkulation oder Geometriesoftware) und Lernumgebungen über die Erstellung und Gestaltung eigener allgemeiner Medien wie Videos und Präsentationen bis hin zur bewussten Verwendung, Entwicklung und Reflexion von Algorithmen mit Hilfe digitaler Medien.

*Die Schülerinnen und Schüler***Reproduzieren**

- verwenden allgemeine Medien zur Kommunikation (z. B. Recherche in Fachliteratur oder Internet, Nutzung von Lernplattformen) und zur Präsentation mathematischer Inhalte in Situationen, in denen der Einsatz geübt wurde,
- nutzen analoge und digitale Lernumgebungen zum Lernen von Mathematik,
- nutzen analoge und digitale Mathematikwerkzeuge (z. B. wissenschaftlichen Taschenrechner), die aus dem Unterricht vertraut sind,
- ziehen Informationen aus mathematikhaltigen Darstellungen in Alltagsmedien,

Zusammenhänge herstellen

- nutzen analoge und digitale Mathematikwerkzeuge (z. B. Geometriesoftware, Tabellenkalkulation, Computeralgebrasystem, Stochastiktool¹) zum Problemlösen, Entdecken, Modellieren, Daten verarbeiten, Kontrollieren und Darstellungswechseln etc.,
- nutzen weitere mathematikspezifische Medien (z. B. Apps zur Lernstandsbestimmung, Erklärvideos zum Verstehen, Programme zum Üben) zum selbstgesteuerten Lernen und Anwenden von Mathematik,
- nutzen bekannte Algorithmen mit digitalen Mathematikwerkzeugen,
- vergleichen mathematikhaltige Informationen und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten,
- wählen analoge und digitale Medien kriteriengeleitet je nach Zielsetzung bewusst aus,

Verallgemeinern und Reflektieren

- reflektieren Möglichkeiten und Grenzen der Nutzung mathematikspezifischer Medien, auch im Vergleich zwischen analogem und digitalem Medium,
- konzipieren und erstellen selbst analoge und digitale Medien um mathematische Sachverhalte darzustellen oder zu bearbeiten und stellen ihre Ergebnisse vor (z. B. Präsentation, Videos),
- beurteilen analoge und digitale Medien kriteriengeleitet je nach Zielsetzung,
- beurteilen mathematikhaltige Informationen und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten,
- setzen bekannte mathematische Verfahren mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge (z. B. Tabellenkalkulation) als Algorithmus um,
- nutzen Algorithmen mit Hilfe digitaler Werkzeuge, um den jeweils zugrundeliegenden mathematischen Inhalt zu untersuchen.

¹ Stochastiktools sind dynamische digitale Mathematikwerkzeuge zur interaktiven Datenerfassung und-analyse sowie zur stochastischen Simulation.

4. Inhaltsbezogene Kompetenzen

Bei den folgenden inhaltsbezogenen Kompetenzen ist grundsätzlich daran gedacht, dass diese mit und ohne Medien erreicht werden sollen. Abweichungen davon werden explizit an den entsprechenden Stellen erwähnt.

Leitidee Zahl und Operation

Erster Schulabschluss

Diese Leitidee umfasst sinntragende Vorstellungen und Darstellungen von Zahlen und Operationen sowie die Nutzung von Rechengesetzen und Kontrollverfahren. Dazu gehört zum Beispiel die sachgerechte Nutzung von Prozent- und Zinsrechnung. Die darauf bezogenen mathematischen Sachgebiete der Sekundarstufe I sind die Arithmetik und Algebra.

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen sinntragende Vorstellungen von rationalen Zahlen, insbesondere von natürlichen, ganzen und gebrochenen Zahlen entsprechend der Verwendungsnotwendigkeit,
- nutzen sinntragende Vorstellungen von Operationen rationaler Zahlen (z. B. schrittweiser, halbschriftlicher Verfahren),
- untersuchen Zahlen nach ihren Faktoren, in einfachen Fällen ohne digitale Mathematikwerkzeuge,
- stellen Zahlen der Situation angemessen dar, z.B. unter anderem in Zehnerpotenzschreibweise,
- rechnen mit natürlichen, ganzen und rationalen Zahlen, die im täglichen Leben vorkommen, sowohl zur Kontrolle als auch im Kopf und erklären die Bedeutung der Rechenoperationen,
- beschreiben die Notwendigkeit von Zahlbereichserweiterungen von $\mathbb{N}$ nach $\mathbb{Z}$ und $\mathbb{Q}$ an Beispielen,

Mittlerer Schulabschluss

Diese Leitidee umfasst sinntragende Vorstellungen und Darstellungen von Zahlen und Operationen sowie die Nutzung von Rechengesetzen und Kontrollverfahren. Dazu gehören die sachgerechte Nutzung von Prozent- und Zinsrechnung ebenso wie kombinatorische Überlegungen und Verfahren, denen Algorithmen zu Grunde liegen. Die darauf bezogenen mathematischen Sachgebiete der Sekundarstufe I sind die Arithmetik, Algebra und Stochastik.

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen sinntragende Vorstellungen von rationalen Zahlen, insbesondere von natürlichen, ganzen und gebrochenen Zahlen entsprechend der Verwendungsnotwendigkeit,
- nutzen sinntragende Vorstellungen von reellen Zahlen (z. B. Vollständigkeit der Zahlengerade),
- nutzen sinntragende Vorstellungen von Operationen rationaler Zahlen (z. B. schrittweiser, halbschriftlicher Verfahren),
- untersuchen Zahlen nach ihren Faktoren, in einfachen Fällen ohne digitale Mathematikwerkzeuge,
- stellen Zahlen der Situation angemessen dar, z.B. unter anderem in Zehnerpotenzschreibweise,
- rechnen mit natürlichen, ganzen und rationalen Zahlen, die im täglichen Leben vorkommen, sowohl zur Kontrolle als auch im Kopf und erklären die Bedeutung der Rechenoperationen,
- beschreiben die Notwendigkeit von Zahlbereichserweiterungen von $\mathbb{N}$ nach $\mathbb{Z}$ und $\mathbb{Q}$ sowie von $\mathbb{Q}$ nach $\mathbb{R}$ an Beispielen,

- erläutern an Beispielen die verschiedenen Vorstellungen zum Bruchbegriff (insbesondere Teile eines oder mehrerer Ganzer, relative Anteile),
- nutzen Rechengesetze (z. B. Kommutativ-, Assoziativ-, Distributivgesetz), auch zum vorteilhaften Rechnen,
- nutzen Überschlagsrechnungen zur Orientierung und zur Kontrolle,
- runden Zahlen dem Sachverhalt entsprechend sinnvoll,
- prüfen und interpretieren Ergebnisse, auch in Sachsituationen,
- erläutern an Beispielen den Zusammenhang zwischen Rechenoperationen und deren Umkehrungen und nutzen diese Zusammenhänge,
- verwenden Prozent- und Zinsrechnung vorstellungsbasiert (z. B. Prozentstreifen) und sachgerecht,
- erläutern Potenzen und Wurzeln und berechnen einfache Potenzen und Wurzeln (Quadrat- und Kubikwurzeln),
- wählen und beschreiben Vorgehensweisen und Verfahren, denen Algorithmen bzw. Kalküle zu Grunde liegen und führen diese aus (z. B. schriftliche Rechenoperationen).
- erläutern an Beispielen die verschiedenen Vorstellungen zum Bruchbegriff (insbesondere Teile eines oder mehrerer Ganzer, relative Anteile),
- nutzen Rechengesetze (z. B. Kommutativ-, Assoziativ-, Distributivgesetz), auch zum vorteilhaften Rechnen,
- nutzen Überschlagsrechnungen zur Orientierung und zur Kontrolle,
- runden Zahlen dem Sachverhalt entsprechend sinnvoll,
- prüfen und interpretieren Ergebnisse, auch in Sachsituationen,
- erläutern an Beispielen den Zusammenhang zwischen Rechenoperationen und deren Umkehrungen und nutzen diese Zusammenhänge,
- verwenden Prozent- und Zinsrechnung vorstellungsbasiert (z. B. Prozentstreifen) und sachgerecht,
- erläutern Potenzen und Wurzeln und berechnen einfache Potenzen und Wurzeln,
- wenden insbesondere lineare und quadratische Funktionen sowie Exponentialfunktionen bei der Beschreibung und Bearbeitung von Problemen an,
- wählen, beschreiben und bewerten Vorgehensweisen und Verfahren, denen Algorithmen bzw. Kalküle zu Grunde liegen und führen diese aus (z. B. schriftliche Rechenoperationen sowie bei Wurzeln und Potenzen),
- implementieren ein algorithmisches Verfahren (z. B. Heron-Verfahren zur Bestimmung von Quadratwurzeln, Intervallschachtelung) mit digitalen Mathematikwerkzeugen,
- führen in konkreten Situationen systematische Zählprinzipien aus (z. B. Anzahl Händeschütteln, wenn man jeder Person die Hand gibt),
- führen Zahlenfolgen fort, auch unter Verwendung von Variablen als allgemeine Zahl.

Leitidee Größen und Messen

Diese Leitidee umfasst das Bestimmen und Deuten von Größen unter Berücksichtigung des Grundprinzips des Messens. Dabei spielen neben Längen-, Flächen- und Volumenmessungen weitere Größen wie Winkel und Zeitspannen sowie die Berücksichtigung der Sachsituation einschließlich Vorstellungen über geeignete Repräsentanten eine Rolle. Die darauf bezogenen mathematischen Sachgebiete der Sekundarstufe I sind Arithmetik, Algebra und Geometrie.

Erster Schulabschluss

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen das Grundprinzip des Messens als Vergleichen mit (Standard-) Einheiten, z. B. bei der Bestimmung von Längen, Flächeninhalten und Volumina, auch in Sachsituationen,
- wählen Einheiten von Größen situationsgerecht aus (insbesondere für Zeit, Masse, Geld, Länge, Fläche, Volumen und Winkel) und wandeln sie ggf. um,
- schätzen Größen mit Hilfe von Vorstellungen über geeignete Repräsentanten (z. B. typisches Objekt für eine Standardgröße) und nutzen dies auch zur Plausibilitätsprüfung,
- ermitteln Flächeninhalt und Umfang von Rechteck, Dreieck und Kreis sowie daraus zusammengesetzten Figuren, auch mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge,
- ermitteln Volumen und Oberflächeninhalt von Prisma, Pyramide und Zylinder sowie daraus zusammengesetzten Körpern, auch mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge,
- nehmen in ihrer Umwelt gezielt Messungen vor, auch mit Hilfe digitaler Medien (als Informationsquelle oder Messinstrument), entnehmen Maßangaben aus Quellenmaterial, führen damit Berechnungen durch und bewerten die Ergebnisse sowie den gewählten Weg in Bezug auf die Sachsituation,
- berechnen Streckenlängen und Winkelgrößen, auch unter Nutzung

Mittlerer Schulabschluss

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen das Grundprinzip des Messens als Vergleichen mit (Standard-) Einheiten, z. B. bei der Bestimmung von Längen, Flächeninhalten und Volumina, auch in Sachsituationen,
- wählen Einheiten von Größen situationsgerecht aus (insbesondere für Zeit, Masse, Geld, Länge, Fläche, Volumen und Winkel) und wandeln sie ggf. um,
- schätzen Größen mit Hilfe von Vorstellungen über geeignete Repräsentanten (z. B. typisches Objekt für eine Standardgröße) und nutzen dies auch zur Plausibilitätsprüfung,
- berechnen Flächeninhalt und Umfang von Rechteck, Dreieck und Kreis sowie daraus zusammengesetzten Figuren, auch mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge,
- berechnen Volumen und Oberflächeninhalt von Prisma, Pyramide, Zylinder, Kegel und Kugel sowie daraus zusammengesetzten Körpern, auch mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge,
- nehmen in ihrer Umwelt gezielt Messungen vor, auch mit Hilfe digitaler Medien (als Informationsquelle oder Messinstrument), entnehmen Maßangaben aus Quellenmaterial, führen damit Berechnungen durch und bewerten die Ergebnisse sowie den gewählten Weg in Bezug auf die Sachsituation,
- berechnen Streckenlängen und Winkelgrößen, auch unter Nutzung

des Satzes von Pythagoras und Ähnlichkeitsbeziehungen, auch mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge.

des Satzes von Pythagoras, von trigonometrischen Beziehungen und Ähnlichkeitsbeziehungen, auch mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge.

Leitidee Strukturen und funktionaler Zusammenhang

Die Leitidee umfasst funktionale Beziehungen zwischen Zahlen, Daten bzw. Größen sowie deren Darstellungen und Eigenschaften, auch unter Nutzung geeigneter digitaler Mathematikwerkzeuge. Das umfasst auch das Lösen von Gleichungen und linearen Gleichungssystemen und die Anwendung verschiedener Funktionenklassen bei der Bearbeitung von Problemen und in Sachsituationen. Die darauf bezogenen mathematischen Sachgebiete der Sekundarstufe I sind Algebra und Funktionen.

Erster Schulabschluss

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden Variablen je nach Kontext als eine feste Zahl, als eine beliebige Zahl aus einem Zahlbereich und als Veränderliche in einem bestimmten Bereich und können Beispiele für die unterschiedliche Verwendung von Variablen nennen,
- stellen einfache Terme, um allgemeine Zusammenhänge im Sachkontext zu beschreiben, formen sie um und interpretieren sie,
- nutzen die Prozentrechnung bei Wachstumsprozessen (beispielsweise bei der Zinsrechnung), auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge,
- nutzen Maßstäbe beim Lesen und Anfertigen von Zeichnungen situationsgerecht,
- erkennen und verwenden funktionale Zusammenhänge in Alltagssituationen und stellen diese in verschiedenen Repräsentationen dar (sprachlich, tabellarisch, grafisch, lineare Funktionen auch algebraisch) und können zwischen diesen Darstellungsformen wechseln, auch mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge,
- unterscheiden proportionale und antiproportionale Zusammenhänge in Sachsituationen und stellen damit Berechnungen an,

Mittlerer Schulabschluss

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden Variablen je nach Kontext als eine feste Zahl, als eine beliebige Zahl aus einem Zahlbereich und als Veränderliche in einem bestimmten Bereich und können Beispiele für die unterschiedliche Verwendung von Variablen nennen,
- stellen Terme auf, um allgemeine Zusammenhänge im Sachkontext zu beschreiben, formen sie um und interpretieren sie,
- nutzen die Prozentrechnung bei Wachstumsprozessen (beispielsweise bei der Zinsrechnung), auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge,
- nutzen Maßstäbe beim Lesen und Anfertigen von Zeichnungen situationsgerecht,
- erkennen und verwenden funktionale Zusammenhänge und stellen diese in verschiedenen Repräsentationen dar (sprachlich, tabellarisch, grafisch, algebraisch) und können zwischen diesen Darstellungsformen wechseln, auch mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge,
- analysieren, interpretieren und vergleichen unterschiedliche funktionale Zusammenhänge (lineare, proportionale und antiproportionale sowie quadratische Funktionen), auch mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge,

- lösen realitätsnahe Probleme im Zusammenhang mit linearen, proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen, ggf. auch mit Hilfe des Dreisatzes, auch mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge,
- lösen einfache lineare Gleichungen numerisch (systematisches Probieren), algebraisch (Umformen) und grafisch (mit Hilfe von Funktionsgraphen), auch unter Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge, und vergleichen verschiedene Lösungsverfahren im Hinblick auf die jeweilige Fragestellung oder das Problem,
- bestimmen kennzeichnende Merkmale von linearen Funktionen im Funktionsterm, Graph und der Wertetabelle und stellen Beziehungen zwischen den Darstellungen her,
- wenden lineare Funktionen in Sachsituationen an,
- interpretieren die Steigung linearer Funktionen im Sachzusammenhang,
- geben zu vorgegebenen linearen Funktionen Sachsituationen an, die mit Hilfe dieser Funktion beschrieben werden können.
- lösen realitätsnahe Probleme im Zusammenhang mit linearen, proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen, ggf. auch mit Hilfe des Dreisatzes, auch mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge,
- lösen lineare und quadratische Gleichungen sowie lineare Gleichungssysteme numerisch (systematisches Probieren), algebraisch (Umformen) und grafisch (mit Hilfe von Funktionsgraphen), auch unter Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge, und vergleichen die Effektivität verschiedener Lösungsverfahren im Hinblick auf die jeweilige Fragestellung oder das Problem,
- untersuchen Fragen der Lösbarkeit und der Lösungsvielfalt von linearen und quadratischen Gleichungen sowie linearen Gleichungssystemen und formulieren diesbezüglich Aussagen,
- bestimmen kennzeichnende Merkmale von Funktionen im Funktionsterm, Graph und der Wertetabelle und stellen Beziehungen zwischen den Darstellungen her,
- wenden insbesondere lineare und quadratische Funktionen sowie Exponentialfunktionen der Form $f(x) = a \cdot b^x$ bei der Beschreibung und Bearbeitung von Problemen an, auch mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge,
- verwenden die Sinusfunktion in der Form $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$ zur Beschreibung periodischer Vorgänge mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge,
- beschreiben Veränderungen von Größen mittels Funktionen (auch nicht lineare Veränderungen), auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge,
- geben zu vorgegebenen Funktionen Sachsituationen an, die mit Hilfe dieser Funktion beschrieben werden können.

Leitidee Raum und Form

Diese Leitidee ist auf die Entwicklung des geometrischen Vorstellungsvermögens gerichtet. Sie beinhaltet den Umgang mit Objekten in Ebene und Raum. Es geht hier sowohl um Eigenschaften und Beziehungen dieser Objekte als auch um deren Darstellungen mit geeigneten Medien einschließlich digitaler Mathematikwerkzeuge. Das zugehörige mathematische Sachgebiet der Sekundarstufe I ist die Geometrie.

Erster Schulabschluss

Die Schülerinnen und Schüler

- benennen und beschreiben geometrische Objekte und Beziehungen in der Umwelt mit Hilfe mathematischer Modelle (Punkte, Winkel, Strecken, Geraden, Flächen, Körper) und ihre Zusammenhänge,
- entwickeln Vorstellungen im zwei- und dreidimensionalen Raum und operieren (z.B. verschieben, drehen, spiegeln) gedanklich mit den darin enthaltenen Objekten (Punkten, Strecken, Flächen und Körpern),
- stellen ebene geometrische Figuren (z. B. Dreiecke, Vierecke) und elementare geometrische Abbildungen (z. B. Verschiebungen, Drehungen, Spiegelungen, zentrische Streckungen) im ebenen kartesischen Koordinatensystem dar, auch mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge,

Mittlerer Schulabschluss

Die Schülerinnen und Schüler

- benennen und beschreiben geometrische Objekte und Beziehungen in der Umwelt mit Hilfe mathematischer Modelle (Punkte, Winkel, Strecken, Geraden, Flächen, Körper) und ihre Zusammenhänge,
- entwickeln Vorstellungen im zwei- und dreidimensionalen Raum und operieren (z.B. verschieben, drehen, spiegeln) gedanklich mit den darin enthaltenen Objekten (Punkten, Strecken, Flächen und Körpern),
- stellen ebene geometrische Figuren (z. B. Dreiecke, Vierecke) und elementare geometrische Abbildungen (z. B. Verschiebungen, Drehungen, Spiegelungen, zentrische Streckungen) im ebenen kartesischen Koordinatensystem dar, auch mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge,

- fertigen Netze, Schrägbilder und Modelle von ausgewählten Körpern (z. B. Prisma, Pyramide) an - auch mit Hilfe digitaler Medien - und erkennen Körper aus ihren entsprechenden Darstellungen,
- analysieren und klassifizieren geometrische Objekte der Ebene (insbesondere Winkel, Dreiecke, Vierecke) und des Raumes (insbesondere Prismen, Pyramiden, Zylinder, Kegel, Kugel),
- erkennen und beschreiben Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte (z. B. Symmetrie, Idee der Kongruenz, Lagebeziehungen),
- wenden Sätze der ebenen Geometrie (insbesondere den Satz des Pythagoras und Ähnlichkeitsbeziehungen) bei Konstruktionen und Berechnungen an, auch mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge,
- zeichnen und konstruieren geometrische Figuren unter Verwendung angemessener Medien wie Zirkel, Geodreieck oder digitaler Mathematikwerkzeuge.
- fertigen Netze, Schrägbilder und Modelle von ausgewählten Körpern (z. B. Prisma, Pyramide) an - auch mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge - und erkennen Körper aus ihren entsprechenden Darstellungen,
- analysieren und klassifizieren geometrische Objekte der Ebene (insbesondere Winkel, Dreiecke, Vierecke) und des Raumes (insbesondere Prismen, Pyramiden, Zylinder, Kegel, Kugel),
- erkennen, beschreiben und begründen Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte (z. B. Symmetrie, Idee der Kongruenz, Ähnlichkeit, Lagebeziehungen) und nutzen diese im Rahmen des Problemlösens zur Analyse von Sachsituationen,
- wenden Sätze der ebenen Geometrie (insbesondere den Satz des Pythagoras, den Satz des Thales, Ähnlichkeitsbeziehungen und trigonometrische Beziehungen) bei Konstruktionen, Berechnungen, Begründungen und Beweisen an, auch mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge,
- zeichnen und konstruieren geometrische Figuren unter Verwendung angemessener Medien wie Zirkel, Geodreieck oder digitaler Mathematikwerkzeuge,
- untersuchen Fragen der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von Konstruktionsaufgaben und formulieren diesbezüglich Aussagen.

Leitidee Daten und Zufall

Diese Leitidee umfasst zwei Säulen, die beschreibende Statistik und die Wahrscheinlichkeitsrechnung zur Modellierung von zufallsabhängigen Vorgängen und Risiken. Wahrscheinlichkeiten können als Prognosen von relativen Häufigkeiten bei zufallsabhängigen Vorgängen gedeutet werden, wodurch die beiden Säulen verknüpft werden. Die darauf bezogenen mathematischen Sachgebiete der Sekundarstufe I sind die Stochastik und Funktionen. Es werden Begriffe und Methoden zur Erhebung, Aufbereitung und

Interpretation von statistischen Daten vernetzt mit solchen zur Beschreibung und Modellierung zufallsabhängiger Situationen. Die stochastische Simulation spielt bei der Verknüpfung eine wichtige Rolle. Der Umgang mit Daten und Zufallserscheinungen im Alltag und Zufallsexperimenten geschieht auch unter Verwendung einschlägiger digitaler Mathematikwerkzeuge, hier vor allem Tabellenkalkulation und Stochastiktools.

Erster Schulabschluss

Die Schülerinnen und Schüler

- werten grafische Darstellungen und Tabellen von statistischen Erhebungen aus, auch mit Hilfe von Tabellenkalkulation oder Stochastiktools,
- erproben Simulationen, um stochastische Fragen zu entscheiden,
- planen einfache Befragungen,
- sammeln systematisch Daten (z. B. Messwerte, Daten aus Befragungen oder Internet), organisieren sie in Tabellen und stellen sie grafisch dar, auch unter Verwendung geeigneter Hilfsmittel wie Tabellenkalkulation oder Stochastiktools,
- ermitteln und interpretieren Kenngrößen (z. B. Minimum, Maximum, arithmetisches Mittel, Median, Spannweite),
- erstellen und interpretieren Diagramme (z. B. Säulen- oder Balkendiagramm, Kreisdiagramm, Liniendiagramm), auch mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge,
- reflektieren mit Hilfe der mathematischen Kenntnisse den Umgang mit und die Darstellung von Daten in Medien, etwa in Bezug auf die Absicht und mögliche Wirkungen der Darstellung,
- beschreiben Zufallserscheinungen aus dem Alltag und ihre Darstellung in Medien,

Mittlerer Schulabschluss

Die Schülerinnen und Schüler

- werten grafische Darstellungen und Tabellen von statistischen Erhebungen aus, auch mit Hilfe von Tabellenkalkulation oder Stochastiktools,
- nutzen Simulationen, um stochastische Fragen zu entscheiden,
- planen statistische Erhebungen, auch unter den Aspekten Stichprobenauswahl und Erhebungsinstrument,
- sammeln systematisch Daten (z. B. Messwerte, Daten aus Befragungen oder Internet), organisieren sie in Tabellen und stellen sie grafisch dar, auch unter Verwendung geeigneter Hilfsmittel wie Tabellenkalkulation oder Stochastiktools,
- ermitteln und interpretieren Kenngrößen (z. B. Minimum, Maximum, arithmetisches Mittel, Median, Spannweite, Quartile),
- erstellen und interpretieren Diagramme (z. B. Säulen- oder Balkendiagramm, Histogramme, Kreisdiagramm, Liniendiagramm, Boxplot), auch mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge und begründen die gewählte Darstellungsform,
- reflektieren mit Hilfe der mathematischen Kenntnisse den Umgang mit und die Darstellung von Daten in Medien, etwa in Bezug auf die Absicht und mögliche Wirkungen der Darstellung,
- beschreiben Zufallserscheinungen und interpretieren Wahrscheinlichkeitsaussagen und ihre Darstellungen in Medien,

- nutzen bei der Durchführung von Zufallsexperimenten die auftretenden relativen Häufigkeiten als Schätzwerte von Wahrscheinlichkeiten, die bei wachsendem Stichprobenumfang besser werden,
- bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei einfachen Zufallsexperimenten, ohne und mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge.
- Nutzen und deuten bei der Durchführung von Zufallsexperimenten die auftretenden relativen Häufigkeiten als Schätzwerte von Wahrscheinlichkeiten, die bei wachsendem Stichprobenumfang besser werden,
- bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei ein- oder mehrstufigen Zufallsexperimenten, auch mit Hilfe entsprechender Visualisierungen (z. B. Baumdiagramm, Vierfeldertafel), ohne und mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge,
- nutzen Visualisierungen, um bei einfachen, alltagsnahen Modellierungen bedingte Wahrscheinlichkeiten zu erkennen, ohne und mit Hilfe digitaler Medien.