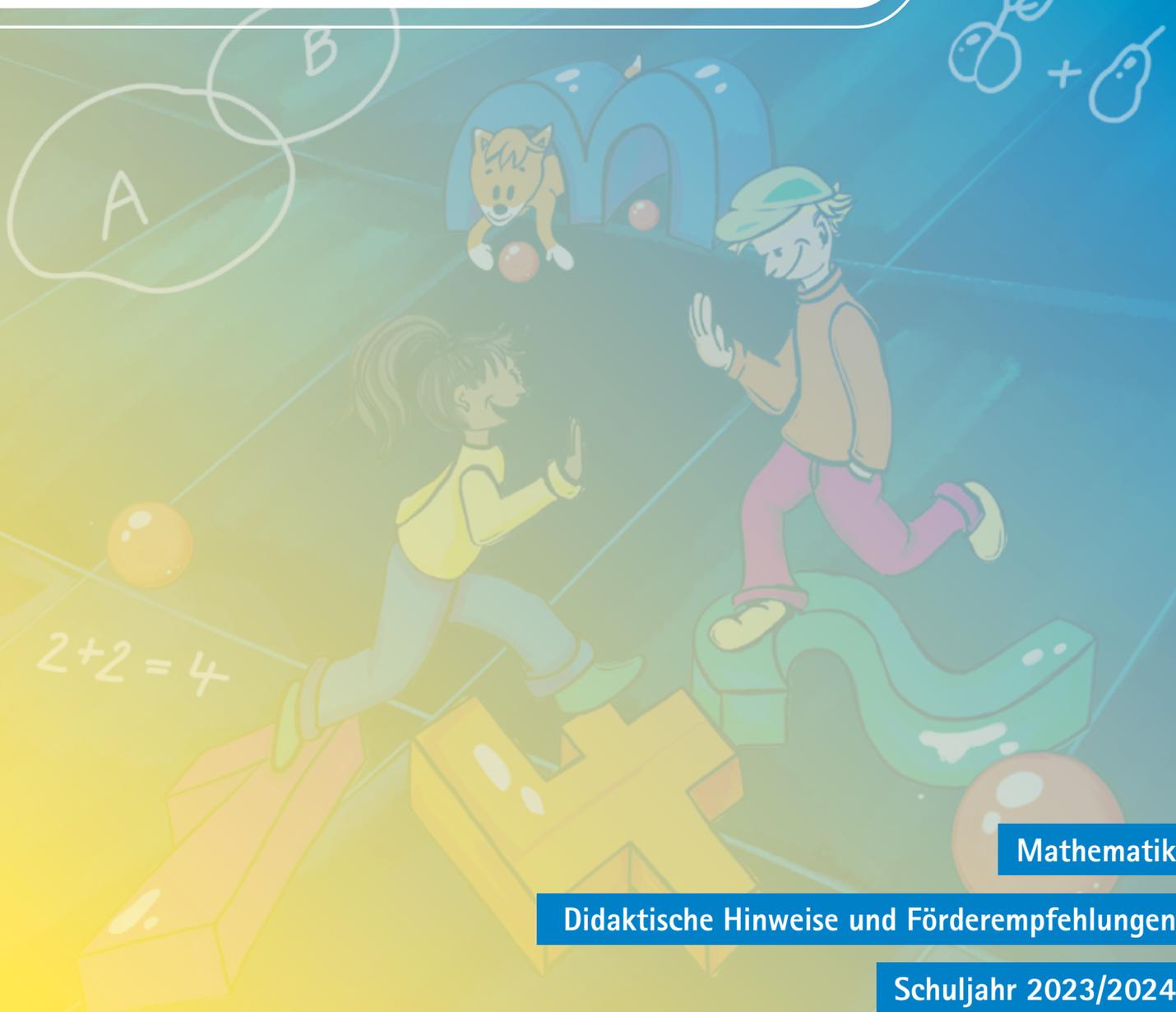


Lernstandserhebung

Erhebung basaler mathematischer Kompetenzen am Ende des Anfangsunterrichts
an Grund- und Gemeinschaftsschulen
sowie lernzielgleich unterrichtenden Förderschulen



Mathematik

Didaktische Hinweise und Förderempfehlungen

Schuljahr 2023/2024

Einleitung

Die Lernstandserhebungen sind keine Leistungstests, sondern Diagnoseinstrumente. Sie dienen dazu, zielgerichtete Fördermaßnahmen für die Schülerinnen und Schüler abzuleiten, die eigene Unterrichtspraxis zu reflektieren sowie die Unterrichtsentwicklung und den Austausch in Fachkonferenzen anzuregen. Darüber hinaus bilden sie eine Grundlage für die Gestaltung der schuleigenen Förderkonzeption gemäß § 14 SOGS. Mit den Lernstandserhebungen stehen die ersten sachsenweit einheitlichen Instrumente für die pädagogische Diagnostik am Ende des Anfangsunterrichtes, die konsequent auf den sächsischen Lehrplan bezogen sind, zur Verfügung.

In den vorliegenden didaktischen Hinweisen und Förderempfehlungen für das Fach Mathematik finden Sie Erläuterungen zu basalen mathematischen Kompetenzen und wie man deren Erwerb im Anfangsunterricht unterstützen und fördern kann. Das Material bietet Hinweise auf potenzielle Schwierigkeiten während des Lernprozesses, es gibt fachdidaktische Einblicke und präsentiert Beispiele für präventive sowie perspektivisch zu berücksichtigende Fördermaßnahmen und Übungsbeispiele.

Die Hinweise und die weiterführenden Material- und Literaturempfehlungen geben Ihnen auf dem Weg von der Diagnostik zur Förderung Impulse für Ihre weitere Unterrichtsarbeit und unterstützen Sie dabei, vertiefende Lernangebote für Ihre Schülerinnen und Schüler zur Entwicklung basaler mathematischer Kompetenzen bereitzustellen. Förderung und Prävention sind besonders im Anfangsunterricht gemeinsam zu denken. Je nach Zielgruppe sind dabei die strukturierten Präventionsebenen universell, selektiv und indiziert Bestandteil bewusst gestalteter Förderung.¹

¹ Sächsisches Staatsministerium für Kultus (2020). Rechenschwierigkeiten vorbeugen. Empfehlungen zur Förderung von Schülern im Anfangsunterricht. S. 21. <https://publikationen.sachsen.de/bdb/artikel/35463>. [zuletzt aufgerufen am: 31.07.2024].

Basale mathematische Kompetenzen

Der Erwerb basaler mathematischer Kompetenzen ist für weiterführendes Lernen grundlegend. Das bekräftigt das Gutachten „Basale Kompetenzen vermitteln – Bildungschancen sichern. Perspektiven für die Grundschule.“, das im Dezember 2022 von der Ständigen Wissenschaftlichen Kommission der Kultusministerkonferenz (SWK) veröffentlicht wurde. Das unabhängige Wissenschaftsgremium gibt 20 Empfehlungen, die verschiedene Bereiche u. a. auch die frühkindliche Bildung betreffen.

In dem Gutachten wird im Abschnitt 2.1.3 *Mathematische Kompetenzen* erläutert, dass „mehr als 20 Prozent der Schülerinnen und Schüler am Ende der Grundschulzeit ernsthafte Schwierigkeiten in Mathematik und beim Rechnen bedingt durch Lücken in den Verstehensgrundlagen [...] haben“, sowie „am Ende der Sekundarstufe I nur wenige Anforderungen bewältigt werden können, die über elementare Standardaufgaben hinausgehen, und teilweise auf Grundschulniveau rechnen.“²

Bekanntermaßen erwerben alle Schülerinnen und Schüler im Fach Mathematik an Grundschulen sowohl inhaltsbezogene als auch prozessbezogene mathematische Kompetenzen zu den Leitideen: *Größen und Messen, Raum und Form, Daten und Zufall* sowie zu der übergeordneten Leitidee *Muster, Strukturen und funktionaler Zusammenhang* (nicht-arithmetische Bereiche). „Von besonderer Relevanz für die Nutzung der Mathematik im Alltag“³ sowie der Bedeutung für den weiterführenden Mathematikunterricht sind jedoch die basalen mathematischen Kompetenzen, welche in der *Leitidee Zahl und Operation*⁴ aufgeführt sind (arithmetischer Bereich).

In der aktuellen didaktischen Forschung werden folgende elementare mathematische Grundkompetenzen erläutert.⁵

AUFBAU VON GRUNDVORSTELLUNGEN ZU ZAHLEN

- › Aufbau eines tragfähigen und vielfältigen Zahlenverständnisses
- › Entwickeln beziehungsreicher Vorstellungen
- › Entwickeln eines umfassenden Zahlbegriffes (Kardinalaspekt, Ordinalaspekt, Maßzahlaspekt, Operatoraspekt, Rechenzahlaspekt)
- › Entwickeln der Zählkompetenz
- › Verknüpfen von Ordinal- und Kardinalaspekt
- › Vermeiden des zählenden Rechnens
- › Erkennen und Darstellen von Zahlen (E-I-S Prinzip)
- › Simultane und quasisimultane Mengenerfassung

ERKENNEN UND NUTZEN VON ZAHLBEZIEHUNGEN

- › Vorgänger, Nachfolger, das Doppelte, die Hälfte
- › Zahlzerlegungen
- › Vergleichen
- › Erkennen von Zahlbeziehungen zu 5 und 10 („4“ ist eins weniger als „5“)
- › Üben von „Teil-Ganzes-Zerlegung“

2 Vgl. Ständige Wissenschaftliche Kommission (SWK) (2022). Basale Kompetenzen vermitteln – Bildungschancen sichern. Perspektiven für die Grundschule. Gutachten der Ständigen Wissenschaftlichen Kommission der Kultusministerkonferenz. S. 50. https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/pdf/KMK/SWK/2022/SWK-2022-Gutachten_Grundschule.pdf. [zuletzt aufgerufen am: 31.07.2024].

3 Vgl. ebd., S. 51.

4 Vgl. KMK. Bildungsstandards für das Fach Mathematik Primarbereich. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004, i.d.F. vom 23.06.2022. S. 13 ff. https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-Primarbereich-Mathe.pdf. [zuletzt aufgerufen am: 31.07.2024].

5 Vgl. Förderzentrum Mathematik. Technische Universität Dortmund. Startseite <https://foerderzentrum.mathematik.tu-dortmund.de/drupal/mathematische-basiskompetenzen>. [zuletzt aufgerufen am: 31.07.2024].

DARSTELLEN VON ZAHLEN AUF VERSCHIEDENE ART UND WEISE SOWIE DARSTELLUNGSVERNETZUNG

- › Nutzen unterschiedlicher Darstellungen
- › Generieren eines Netzwerkes an mentalen Zahlenbildern
- › Entwickeln der Fähigkeit zum flexiblen Hin- und Herwechseln
- › Verbinden von Handlung, Bild, Sprache sowie schriftlichen Symbolen

ENTWICKELN DES STELLENWERTVERSTÄNDNISSSES DURCH DARSTELLUNGSVERNETZUNG

- › Fördern des Stellenwertverständnisses: Eigenschaften verstehen, Prinzip der festen Positionierung, Verstehen der Bündelungseinheit
- › Durchführen vielfältiger Bündelungen und Entbündelungen (Bündelungsprinzip = 10 Einheiten werden zur nächsthöheren/nächstkleineren Einheit zusammengefasst)
- › Entwickeln des Stellenwertverständnisses durch aktives Handeln
- › Übungen zur korrekten Schreib- und Sprechweise, Notieren von Ziffern zu Zahlworten

AUFBAU VON OPERATIONSVORSTELLUNGEN

- › Entwickeln eines tragfähigen und flexiblen Operationsverständnisses
- › Entwickeln der Operationsvorstellungen (zunächst handlungsorientiert, später gedanklich)
- › Entwickeln des Gleichungsbegriffes

ABLÖSUNG VOM ZÄHLENDEN RECHNEN

- › Anwenden des Ordinal- und Kardinalverständnisses
- › Anwenden von Zahlrelationen („Teil-Ganzes-Beziehung“)
- › Entwickeln und Anwenden von Operationsvorstellungen
- › Anwenden von Zahlbeziehungen (Kernaufgaben, „Teil-Ganzes-Beziehung“)
- › Weiterentwicklung von Zählkompetenzen auch mit Zahlenfolgen nach bestimmten Regeln
- › Aufbauen von Rechenstrategien bei allen Rechenarten (Tauschaufgaben, Umkehraufgaben, Nachbaraufgaben, Verdoppeln, Halbieren, Kraft der 5/Kraft der 10 Aufgaben, „verliebte“ Zahlen)

ZAHLENRECHNEN

- › Entdecken und Nutzen von individuellen Vorgehensweisen beim Zerlegen und Verknüpfen im halbschriftlichen Rechenverfahren (Entwickeln flexibler Rechenfähigkeiten)
- › Einsetzen von handlungsorientierten Materialien für die Darstellung des Zerlegens im halbschriftlichen Verfahren (z. B. mit Mehrsystemmaterial oder Steckwürfeln)
- › Begleiten des Zerlegens mit Notation

In der Lernstandserhebung liegt der Schwerpunkt auf Testaufgaben, die der Leitidee „Zahl und Operation“ zugeordnet sind und aus denen vorrangig zwei zentrale Aspekte überprüft wurden:

- › Entwickeln des Stellenwertverständnisses durch Darstellungsvernetzung
- › Aufbau von Operationsvorstellungen

Entwickeln des Stellenwertverständnisses durch Darstellungsvernetzung

In unserem Kulturkreis werden Zahlen im **dezimalen Stellenwertsystem** dargestellt. Deshalb ist ein tragfähiges Stellenwertverständnis für das Verständnis von Zahleneigenschaften und Rechenoperationen grundlegend. Im Anfangsunterricht werden die Schülerinnen und Schüler mit den Strukturen des dekadisch aufgebauten Systems (Bündelung und Stellenwert) bekannt gemacht. Sie erfahren, dass die Ziffer (je nach Position in der Zahl) die Anzahl der Bündel zu einer Bündelungseinheit angibt (4 E = 4; 4 Z = 40; 4 H = 400).

Um das **Bündelungsprinzip**, den Stellenwertbegriff bzw. die Schreibung von Stellenwerten zu verstehen, sind in Bündelungsübungen mit unstrukturierten und strukturierten Materialien in allen Zahlenbereichen unvermeidbar. Dabei sollten neben Zehnerbündelungen auch weitere Mengenbündelungen mit und ohne Stellenwerttafel vorgenommen werden sowie Bündelungs- und Entbündelungsaufgaben immer mit handlungsorientierten und materialgestützten Tauschhandlungen und anschließender Notation einhergehen.

Die Basis für die Entwicklung des Stellenwertverständnisses in allen zu behandelnden Zahlenräumen bilden als Lernvoraussetzung vielfältige Tätigkeiten zur Entwicklung eines umfassenden Zahlbegriffs wie z. B.:

ZÄHLEN

- › Entwickeln der Geläufigkeit im Vorwärts- und Rückwärtszählen
- › Zählen in Einer-, Zweier-, Fünfer- und Zehnerschritten
- › Zählen mit Betonung: zweiundvierzig, dreiundzwanzig

ZAHLENERLEGUNG UND ZAHLZUSAMMENSETZUNG (TEIL-GANZES-KONZEPT)

- › Nutzen des Zerlegens von Zahlen beim Rechnen ($7 = 5 + 2$; $35 = 30 + 5$)
- › Zerlegen von Zahlen in Stellenwerte für leichteres Rechnen ($35 = 3 \text{ Z} + 5 \text{ E}$)

QUASI-SIMULTANES ERFASSEN

- › Zerlegen unstrukturierter Mengen in zu erfassende (strukturierte/unstrukturierte) Teilmengen
- › Erfassen von Mengen durch geschicktes mentales Verschieben von vorgegebenen strukturierten oder unstrukturierten Mengen

VARIIEREN VON ANZAHLDARSTELLUNGEN

- › Fingerbilder
- › Punktebilder (strukturierte Blockdarstellungen)

ANZAHLZERLEGUNGEN

- › Zahlzerlegungen mit systematischem Vorgehen (Zahlenhäuser)

ORDNEN VON ZAHLEN

- › Zahlenstrahl, Zahlenschlangen, Kalender, Hundertertafel
- › Variation von Anordnungen

Aufbau von Operationsvorstellungen

METHODISCHE STUFUNG – VIER-PHASEN-MODELL⁶

Um Kinder dabei zu unterstützen, Operationsvorstellungen aufbauen zu können, hat sich das Vier-Phasen-Modell bewährt. Das Vier-Phasen-Modell dient dazu, Schülerinnen und Schüler beim Aufbau von Operationsvorstellungen im Mathematikunterricht zu unterstützen. Das Modell umfasst vier Phasen, die aufeinander aufbauen und eine schrittweise Reduzierung anfänglicher Manipulationen mit Materialien hin zu mentalen Vorstellungen bzw. gedanklichen mathematischen Prozessen anstrebt. Die nachfolgende Abbildung beschreibt die Aktivitäten der einzelnen Phasen des Modells allgemein.⁷

⁶ Vgl. PIKAS. Deutsches Zentrum für Lehrkräfte. Ausführliche Beschreibung des Vierphasenmodells nach Wartha & Schulz: <https://pikas.dzlm.de/selbststudium/rechenschwierigkeiten/weitere-themen/vierphasenmodell>. [zuletzt aufgerufen am: 31.07.2024].

⁷ Vgl. ebd.

- 1 **Die Schülerinnen und Schüler handeln am geeigneten Material.** Die mathematische Bedeutung der Handlung wird beschrieben. Zentral: Versprachlichen der Handlung und der mathematischen Symbole. Zentral: Versprachlichen der Handlung und der mathematischen Symbole.
- ↓
- 2 **Die Schülerinnen und Schüler beschreiben die Materialhandlung mit Sicht auf das Material.** Sie handeln jedoch nicht mehr selbst, sondern diktieren einem Partner die Handlung und kontrollieren den Handlungsprozess durch Beobachtung.
- ↓
- 3 **Die Schülerinnen und Schüler beschreiben die Materialhandlung ohne Sicht auf das Material.** Für die Beschreibung der Handlung sind sie darauf angewiesen, sich den Prozess am Material vorzustellen.
- ↓
- 4 **Die Schülerinnen und Schüler arbeiten auf symbolischer Ebene, sie üben automatisiert.** Gegebenenfalls wird die entsprechende Handlung in der Vorstellung aktiviert.

FLEXIBLE RECHENFÄHIGKEIT⁸

Schülerinnen und Schüler entwickeln die Kompetenz, passende Strategien zur Lösung von Aufgaben anzuwenden und flexibel in allen Rechenoperationen zu agieren. Notwendige Voraussetzungen dafür sind:

- › Erwerben von Grundwissen und Grundvorstellungen über Zahlen und Rechenoperationen
- › Anwenden automatisiert geübter mathematischer Basisfakten
- › Erwerben und Nutzen von Kenntnissen über strategische Werkzeuge als mentale Hilfsmittel zur Vereinfachung von Aufgaben
 - › Kraft der 5 und Kraft der 10
 - › Zusammensetzen und Zerlegen
 - › Nachbaraufgaben, Tauschaufgaben, Kernaufgaben
- › Schulen der Wahrnehmung zu Zahl- und Aufgabenmerkmalen bzw. Aufgabenbeziehungen
- › Schulen des Zahlenblicks⁹
 - › Aktivitäten zum Sehen, Sortieren sowie Strukturieren nach vorgegebenen Kriterien

ENTWICKELN FLEXIBLER RECHENFÄHIGKEITEN

- › Kontinuierliches Wiederholen des Grundwissens als Fundament für flexibles Rechnen
- › Sortieren von Aufgaben nach variablen Parametern oder Kriterien¹⁰
 - › Ist die Aufgabe leicht oder schwer?
 - › Muss ich im Zehner, zum Zehner oder über den Zehner hinweg rechnen?
 - › Kann ich die Aufgabe zählend lösen, gibt es einen Trick oder weiß ich die Lösung auswendig?
- › Vergleichen verschiedener Ansätze beim Lösen komplexer mathematischer Probleme
- › Austauschen verschiedener Lösungsstrategien in kooperativen Lernsettings (prozessbezogene Kompetenzen entwickeln)
- › Entwickeln von Kombi-Gleichungen¹¹ (gegenseitiges Verändern)
- › Einsetzen kontextbezogener Aufgaben und Lösen mathematischer Probleme in realen Situationen zur Entwicklung des Denkens
- › Einsetzen von Rechenspielen sowie selbständiges Entwickeln von Rechen-, Brett-, Karten- oder Onlinespielen (Programmieren)
- › Erstellen mathematischer Fragestellungen zur Anwendung von Rechenfähigkeiten in neuen Kontexten

8 Mit der flexiblen Rechenfähigkeit ist das situationsabhängige, individuelle Reagieren auf spezifische Aufgabenmerkmale, verbunden mit der Konstruktion von Vorgehensweisen während des Lösungsprozesses, gemeint. Vgl.: Rathgeb-Schnierer (2010): <https://wwwold.mathematik.tu-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2007/Rathgeb-Schnierer.pdf>. [zuletzt aufgerufen am: 31.07.2024].

9 Vgl. E. Rathgeb-Schnierer, C. Rechtsteiner.: Rechnen unter der Lupe. Die Entwicklung von flexiblem Rechnen fördern. Die Grundschulzeitschrift. Nr. 324. Friedrich Verlag, 12/2020. S. 6 ff.

10 Vgl. ebd., S. 14 ff.

11 Vgl. ebd., S. 18 ff.

Aufgabenbezogene Kommentare

Die Lernstandserhebung im Fach Mathematik wurde in der ersten Woche des Schuljahres 2023/2024 zu Beginn der 3. Klassenstufe mit 120 Schülerinnen und Schülern an sächsischen Grundschulen erprobt.

Die Ergebnisse wurden sorgfältig analysiert, wobei insbesondere die am häufigsten auftretenden Fehler der Schülerinnen und Schüler berücksichtigt wurden. Im nachfolgenden Abschnitt werden die dabei aufgetretenen Erscheinungsformen erläutert und deren mögliche Ursachen identifiziert, um daraus gezielte Förderempfehlungen und Übungsmöglichkeiten abzuleiten.

Ergänzend finden Sie Empfehlungen zu Trainingsprogrammen bzw. weiterführenden Übungsmaterialien. Die angebotenen Materialien geben Ihnen Unterstützung für die Arbeit an den basalen mathematischen Kompetenzen im Unterricht und liefern Impulse für die Entwicklung von konkreten Lern- und Förderangeboten für Ihre Schülerinnen und Schüler.

AUFGABE 1 – INTERPRETIEREN VERSCHIEDENER ZAHLDARSTELLUNGEN

Welche Zahlen sind dargestellt? Schreibe sie auf.

a)

Z	E
● ● ●● ●● ●●	● ● ● ●

b)

c)

d)

8Z 7E

FEHLER

<table border="1" style="width: 100%;"><thead><tr><th>Z</th><th>E</th></tr></thead><tbody><tr><td>● ● ●● ●● ●●</td><td>● ● ● ●</td></tr></tbody></table>	Z	E	● ● ●● ●● ●●	● ● ● ●			<table border="1" style="width: 100%;"><tr><td style="text-align: center; padding: 10px;">8Z 7E</td></tr></table>	8Z 7E
Z	E							
● ● ●● ●● ●●	● ● ● ●							
8Z 7E								
<input style="width: 80%; height: 20px;" type="text" value="80 Z und 4 E"/>	<input style="width: 80%; height: 20px;" type="text" value="93"/>	<input style="width: 80%; height: 20px;" type="text" value="44"/>	<input style="width: 80%; height: 20px;" type="text" value="15"/>					

MÖGLICHE URSACHEN

- Schwierigkeiten beim Abzählen von Mengen (Eins-zu-Eins-Zuordnung)
- Probleme beim Verstehen und Darstellen von Zahlen in ihrer kardinalen Form, d. h., die genaue Anzahl der Elemente in einer Menge zu erfassen
- Schwierigkeiten, sich vom reinen zählenden Erfassen von Zahlen zu lösen und stattdessen auf alternative Methoden der Zahlenerfassung umzusteigen
- Herausforderungen beim Anwenden von Strategien im Erfassen von Anzahlen ohne Abzählen (quasi-simultanes Auffassen)
- Probleme beim Erfassen der Strukturen (bei 5er oder 10er Bündelung) des Materials und in der Bestimmung der dargestellten Zahlen über die mentale Zusammensetzung

FÖRDER- EMPFEHLUNGEN & ÜBUNGEN

- Darstellen von Zahlen unter der Anwendung des Prinzips der Bündelung
- Nutzen von Strukturen zur Anzahlerfassung (Punktebilder, Wendeplättchen, Kästchenpapier, Würfel- oder Fingerbilder)
- Anwenden des systematischen Zählens und Bündelns
- Übungen zur Blitzblick-Schulung
- Nutzen von Strukturmaterial (Zehnerstreifen, Zwanzigerfeld, Hunderterfeld)

ZUM ÜBEN

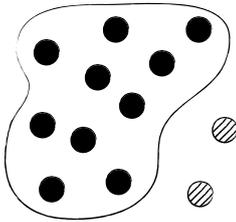
› Online-Übungen zur Blitzblick-Schulung

https://pikas.dzlm.de/pikasfiles/uploads/upload/Material/Haus_6_-_Heterogene_Lerngruppen/UM/Anfangsunterricht/Wie_viele_auf_einen_Blick/L/20erFeld_ausgefuehlt.pdf

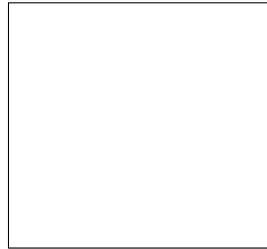
https://mahiko.dzlm.de/sites/mahiko/files/uploads/1_schuljahr/zahlenschnellsehen/pdf/1schuljahr_zahlenschnellsehen_ubungen_blitzgucken.pdf

AUFGABE 2 – BÜNDELUNGSVERSTÄNDNIS/DARSTELLUNGSWECHSEL

Die Zahl **12** kann so dargestellt werden:



Stelle die Zahl **24 anders** dar.



FEHLER



- › Probleme bei der korrekten Erkennung von Zehnern und Einern in einer Zahl wie 24 und ihrer Zuordnung zur richtigen Menge
- › Herausforderung in Bezug auf die inverse Bildung von Zahlwörtern, insbesondere bei Zahlen mit Zehner- und Einerstellen

MÖGLICHE URSACHEN

FEHLER



- › Zehnerbündelung bleibt unberücksichtigt, das Stellenwertprinzip scheint nicht verinnerlicht: Darstellung der 24 mit „2“ und „4“; nicht als $20 + 4$
- › Mangelnde Unterscheidungsfähigkeit zwischen Zehnern (Bündelung von 10 Einern zu einem Zehner) und Einern in verschiedenen Zahlendarstellungen

MÖGLICHE URSACHEN

FEHLER



- › Schwierigkeiten beim Ablösen vom reinen zählenden Erfassen von Zahlen.

MÖGLICHE URSACHEN

FEHLER



- › Probleme im Zusammenhang mit der inversen Bildung von Zahlwörtern
- › Fehlendes Verständnis der Wertigkeit der Stellen in Zahlen (Zahlendreher: 42 statt 24)

MÖGLICHE URSACHEN

FÖRDER-EMPFEHLUNGEN & ÜBUNGEN

- › Einsetzen von Zahlendiktaten: „Schreibe die 24. Das sind zwei Zehner und vier Einer.“
- › Hinweis für die Notation: „Ich schreibe die 28. Die 28 ist die 20 mit der 8.“
- › Durchführen von Taschenrechnerdiktaten bei inverser Zahlschreibweise
- › Darstellen von Zahlen mit Seguintafeln
- › Üben mit Materialeinsatz zum bewussten Unterscheiden von Zehner und Einer (Hinweis: Zehner und Einer nicht nur in Schreibrichtung legen)
- › Schwierigkeiten beim Verständnis von Aufgaben, insbesondere bei denen das dekadische System eine Rolle spielt
- › Mangelndes Verständnis für das Stellenwertsystem, bei dem die Anzahl der Punkte im Zehner die Anzahl der Zehnerbündelungen repräsentiert oder wie die Anzahl der Bündel durch Plättchen dargestellt wird

TIPP

- › Bildkartei zum Bündeln im Zahlenraum bis 100

<https://pikas.dzlm.de/pikasfiles/uploads/upload/Material/lernen-auf-distanz/lad-bildkartei-buendeln.pdf>

- › Didaktisch–methodische Anregungen zum Bündeln/Entbündeln/Tauschhandlungen vornehmen (ab Klassenstufe. 3; Zahlenraum 1000):

https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/mskfiles/uploads/Dokumente/mskgs_n1b_6_lehrmaterial.pdf

ZUM WEITERLESEN

- › Schipper, Wilhelm; Ebeling, Astrid; Dröge, Rotraut (2015): **Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen. 1. Schuljahr.** Bildungshaus Schulbuchverlage Westermann Schroedel Diesterweg Schöningh Winklers GmbH. Braunschweig.

Das Handbuch setzt Impulse, die den aktuellen mathematikdidaktischen Entwicklungen Rechnung tragen. So stehen die Prozesse des Mathematiklernens und die Möglichkeiten ihrer konkreten Unterstützung im Unterrichtsalltag im Vordergrund. Auf die große Bedeutung des frühen Mathematiklernens wird im Kapitel „Zahl- und Operationsverständnis vor und zu Schulbeginn“ aufmerksam gemacht und für die Überwindung besonderer Schwierigkeiten beim Erlernen des Rechnens werden erprobte Konzepte angeboten.

AUFGABE 3 – STELLENWERTVERSTÄNDNIS

Lege **ein** Plättchen dazu.

Diese Zahlen können entstehen:

Z	E

FEHLER

2	20	3	8
5	5	6	

MÖGLICHE URSACHEN

- › Schwierigkeiten beim Erfassen der Wertigkeit einer Zahl anhand der Position der Ziffer (Verwechseln von „2 Z“ mit „2“)
- › Herausforderungen beim Verstehen, wie sich Stellenwerte und Zahlenwerte durch das Hinzufügen oder Entfernen von Plättchen ändern

FÖRDER- EMPFEHLUNGEN & ÜBUNGEN

- › Übungen zum Bündeln von ungeordneten Mengen nach Schrittfolge:
 - › Menge an Einer-Würfeln zu zehnt und einen Rest bündeln
 - › Tauschhandlung vornehmen: gebündelte Zehnermengen in Zehner-Stangen tauschen zu 3 Zehner-Stangen + 6 Einer-Würfeln
 - › Eintrag in die Stellenwerttafel vornehmen: 3 Z und 6 E
- › Bündeln von Einer-Würfeln (größer als 10) mit anschließender Tauschhandlung zu Zehner-Stangen und dem Rest
- › Bündeln von Zehner-Stangen (größer als 10) mit anschließender Tauschhandlung zu 100er-Platten und dem Rest
- › Addieren von Einer-Würfeln mit anschließender Bündelung bzw. Tauschhandlung der Summe in eine Zehner-Stange und vier Einer-Würfel
- › Erleben von Bündelungen und Tauschhandlungen durch Einsatz spielerischer Übungen („Tausch dich reich!“ ab Klassenstufe 1 und „Würfle dich zum Tausender!“ ab Klassenstufe 3)¹²
- › Kombinatorische Entdeckungen an der Stellenwerttafel¹³ (Hinzufügen und Wegnehmen von Plättchen in einer Stellenwerttafel, Kombinationen systematischer Veränderungen an der Stellenwerttafel)
- › Ermitteln von Zahlen, wenn in der Stellenwerttafel Einer, Zehner oder Hunderter verändert oder getauscht werden

ZUM WEITERLESEN

- › Selter, C.; Prediger, S.; Nührenböcker, M.; Hußmann, S.: Auszug N1 B „**Ich kann bündeln und entbündeln**“ aus: **Handreichung für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen**. Cornelsen. Ermöglicht durch Telekom Stiftung.

Die Herausgeber stellen in Schritt-für-Schritt Anleitungen zahlreiche Bündelungs- und Entbündelungs-Übungen von der Anschauung bis zum Eintrag in die Stellenwerttafel vor.

https://pikas.dzlm.de/pikasfiles/uploads/upload/Material/diagnose_und_foerderung/msk_Oer_module/mskgs_n01b_handreichung.pdf

¹² Vgl. Friedrich Verlag: Grundschule Mathematik. Stellenwert und Bündeln. Nr. 64. 1. Quartal. 2020. S. 12 ff.

¹³ Vgl. ebd., S. 16.

AUFGABE 4 a) UND 4 b) – STELLENWERTVERSTÄNDNIS

Ergänze.

a) $8 = \underline{\quad} Z + \underline{\quad} E$ b) $0 Z + 9 E = \underline{\quad\quad}$
 $56 = \underline{\quad} Z + \underline{\quad} E$ $4 Z + 0 E = \underline{\quad\quad}$

FEHLER

MÖGLICHE URSACHEN

- › Schwierigkeiten im Umgang mit dem Aufgabenformat oder der Aufgabenstellung
- › Mangelndes Begriffsverständnis, insbesondere in Bezug auf die Zuordnung von „Z“ zu Zehnern und „E“ zu Einern
- › Fehlendes tragfähiges Stellenwertverständnis, wodurch die Bedeutung der verschiedenen Stellen in einer Zahl nicht ausreichend erfasst wird
- › Schwierigkeiten bei der korrekten Zerlegung von Zahlen in Zehner und Einer, z. B. durch Verwechslung von „6 E“ mit „6 Z“ oder „5 Z“ mit „50 E“, da das Bündelungsprinzip nicht erkannt wird
- › Probleme im Verständnis der Addition als mathematischer Operation

FÖRDEREMPFEHLUNGEN & ÜBUNGEN

- › Absichern des Zehner-Einer-Verständnisses durch zahlreiche Bündelungs- und Entbündelungsaktivitäten
- › Eintragen von Zahlen in die Stellenwerttafel, die zuvor mit dem Mehrsystemmaterial dargestellt wurden
- › Beschreiben des Bündelns mit und ohne Mehrsystemmaterial (gedanklich)
- › Zehner und Einer – Quiz: „Ich denke mir eine Zahl. Die Zahl hat 5 Zehner und 6 Einer. Wie heißt meine Zahl?“ „Wie viele Zehner und wie viele Einer hat die Zahl 62?“ (mit oder ohne Materialeinsatz bzw. je nach Schwierigkeit mit oder ohne Notation)

AUFGABE 5 – STELLENWERTVERSTÄNDNIS, DARSTELLUNGSWECHSEL

Schreibe die Zahl **siebenundfünfzig** in die Stellenwerttafel:

Z	E

FEHLER

MÖGLICHE URSACHEN

- › Probleme im Textverständnis, insbesondere beim Lesen von Zahlen mit komplexen Ausdrucksweisen wie „siebenundfünfzig“
- › Schwierigkeiten im Zusammenhang mit der inversen Bildung von Zahlwörtern, insbesondere beim Umwandeln von Wörtern in Zahlen
- › Schwierigkeiten beim Verständnis von „geschrieben“ Zahlen als Mengenangaben
- › Beeinträchtigtes Begriffsverständnis, insbesondere in Bezug auf die Bedeutung von „Z“ für Zehner und „E“ für Einer

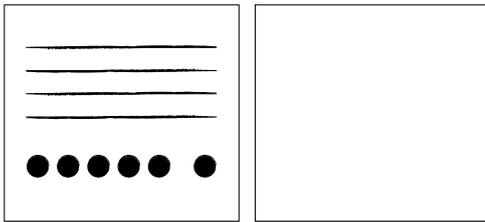
FÖRDEREMPFEHLUNGEN & ÜBUNGEN

- › Zahlendiktate: „Schreibe 24. Das sind zwei Zehner und vier Einer.“
- › Hinweis für die Notation: „Ich schreibe die 28. Die 28 ist die 20 mit der 8.“
- › Taschenrechnerdiktate bei inverser Zahlschreibweise
- › Darstellen von Zahlen mit Seguintafeln
- › Üben mit Materialeinsatz zum bewussten Unterscheiden von Zehner und Einer (Hinweis: Zehner und Einer nicht nur in Schreibrichtung legen)

AUFGABE 6 – STELLENWERTVERSTÄNDNIS, DARSTELLUNGSWECHSEL

Welche Zahl ist dargestellt?

Stelle die Zahl 64 **genauso** dar.



FEHLER



MÖGLICHE URSACHEN

- › Probleme im Zusammenhang mit der Zehnerbündelung
- › Schwierigkeiten bei der angemessenen Darstellung von Zahlen anhand ihrer Stellenwerte
- › Vertauschen von Zehner und Einer

FÖRDER- EMPFEHLUNGEN & ÜBUNGEN

- › Absichern des Zehner-Einer-Verständnisses durch zahlreiche Aktivitäten zum Bündeln und Entbündeln mit vielfältigen Materialien
- › Hinweis: Schritt für Schritt ablösen vom Material, Notationen in verschiedenen Formen
- › ($15 = 1 \text{ Z} + 5 \text{ E}$, $1 \text{ Z} + 7 \text{ E} = 17$, $5 \text{ E} + 1 \text{ Z} = 17$, $2 \text{ Z} = 20$ bzw. $2 \text{ E} = 2$)
- › Entdecken von Fehlern ($3 \text{ E} + 1 \text{ Z} = 31$)
- › Vgl. auch Förderempfehlungen und Übungen zu den Aufgaben 2 bis 5

TIPP

› Digitale Lernmedien und Apps

Christian Urff arbeitet als Sonder- bzw. Inklusionspädagoge. Nebenbei entwickelt er Lern-Apps für die Fächer Deutsch und Mathematik. Auf seiner Webseite finden Sie Hinweise zu seinen Übungs-Apps sowie didaktische Anmerkungen.

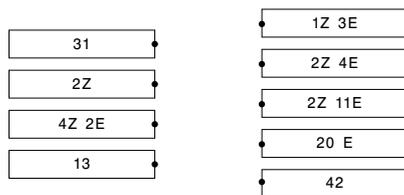
Sie finden u. a. folgende Apps:

- › Zahlen und Stellenwerte
- › Rechentablett

<https://www.lernsoftware-mathematik.de>

AUFGABE 7 – STELLENWERTVERSTÄNDNIS, DARSTELLUNGSWECHSEL

Zwei Kästchen gehören zusammen. Verbinde sie.
Sie stellen die gleiche Zahl dar. Ein Kästchen bleibt übrig.



FEHLER



MÖGLICHE URSACHEN

- › Schwierigkeiten im Verständnis von Zehner und Einer bzw. dem Bündlungsprinzip
- › Herausforderungen im Zahl- und Zahlwortverständnis ($31 = 1\ Z\ 3\ E$)
- › Addieren von Zahlen aus der Stellenwertschreibweise heraus ($2\ Z\ 11\ E = 13$)

FÖRDER- EMPFEHLUNGEN & ÜBUNGEN

- › Aktivitäten zum Bündeln und Entbündeln sowie häufiger Darstellungswechsel
- › Vgl. auch Förderempfehlungen Übungen zu den Aufgaben 2 bis 6

AUFGABE 8 – STELLENWERTVERSTÄNDNIS, DARSTELLUNGSWECHSEL, BÜNDELUNGSVERSTÄNDNIS

- a) Zur Zahl 43 kommen 2 Zehner hinzu.
Die neue Zahl heißt: _____
- b) Von der Zahl 67 werden 6 Einer weggenommen.
Die neue Zahl heißt: _____

FEHLER

a) Zur Zahl 43 kommen 2 Zehner hinzu. Die neue Zahl heißt: <u>45</u>	a) Zur Zahl 43 kommen 2 Zehner hinzu. Die neue Zahl heißt: <u>44</u>	a) Zur Zahl 43 kommen 2 Zehner hinzu. Die neue Zahl heißt: <u>63</u>
b) Von der Zahl 67 werden 6 Einer weggenommen. Die neue Zahl heißt: <u>73</u>	b) Von der Zahl 67 werden 6 Einer weggenommen. Die neue Zahl heißt: <u>---</u>	b) Von der Zahl 67 werden 6 Einer weggenommen. Die neue Zahl heißt: <u>68</u>

MÖGLICHE URSACHEN

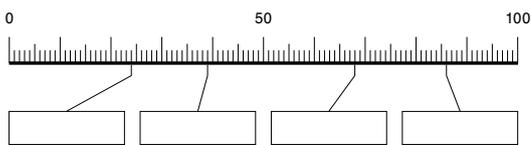
- › Schwierigkeiten im Textverständnis
- › Probleme im Begriffsverständnis (Zehner, Einer) und dem Wissen über Stellenwerte und deren Position in Zahlen

FÖRDER- EMPFEHLUNGEN & ÜBUNGEN

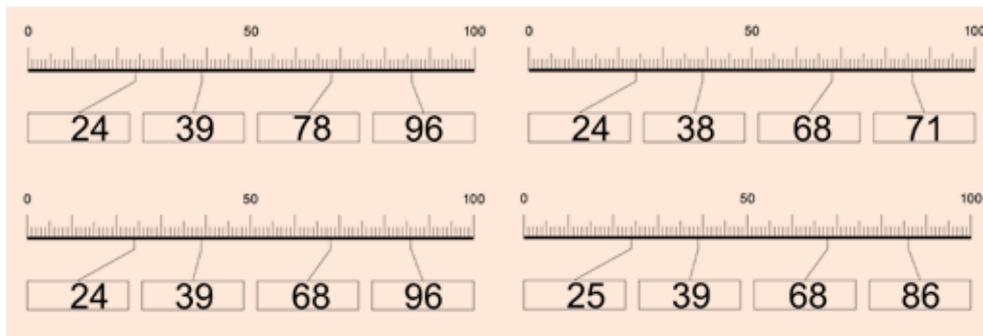
- › Aktivitäten zum Bündeln und Entbündeln sowie häufiger Darstellungswechsel
- › Addieren und Subtrahieren mit Hilfe des Mehrsystemmaterials
- › Zählen in Zehnerschritten

AUFGABE 9 – ERKENNEN UND NUTZEN VON ZAHLBEZIEHUNGEN

Trage die Zahlen ein.



FEHLER



MÖGLICHE URSACHEN

- › Schwierigkeiten bei der visuellen Wahrnehmung und der korrekten Erfassung von Zahlen oder mathematischen Symbolen
- › Herausforderungen im Verständnis der Strukturierung bzw. des Aufbaus eines Zahlenstrahls (Beginn bei „0“ und nicht bei „10“!)
- › Herausforderungen beim Verstehen und Nutzen eines Zahlenstrahls zur Ordnung von Zahlen (Orientierung im Zahlenraum bis 100)
- › Schwierigkeiten beim (schrittweisen) Zählen führen zu fehlerhaften Sequenzen

FÖRDER- EMPFEHLUNGEN & ÜBUNGEN

- › Einsetzen eines Zahlenstrahls ohne Einer-Markierung (später nur Zehner- oder Hundertermarkierungen)
- › Übungen im Zuordnen von Mengen zu den Zahlen am Zahlenstrahl
- › Nutzen des Zahlenstrahls als „Längen-Modell“ (farblicher Vergleich unterschiedlicher Strecken)
- › Hinweis: Umgehen des Einsatzes von Materialien, die als Zählhilfen dienen (Durchnummerierter Zahlenstrahl, Kugelskette, Rechenrahmen)
- › Einsetzen des Zahlenstrahls zum Ordnen von Zahlen, nicht zum Addieren oder Subtrahieren verwenden (fördert eher das zählende Rechnen, verhindert das flexible Rechnen)
- › Arbeit mit dem Zahlenstrahl von Anfang an
- › Zahlenstrahl nicht mit dem Rechnen verbinden

AUFGABE 10 – ERKENNEN UND NUTZEN VON ZAHLBEZIEHUNGEN, FACHBEGRIFFE ANWENDEN

Der Vorgänger von 90 ist: _____

Der Nachfolger von 55 ist: _____

.....

Der Vorgänger von 90 ist: <u>91</u>	Der Vorgänger von 90 ist: <u>80</u>	Der Vorgänger von 90 ist: <u>80</u>
Der Nachfolger von 55 ist: <u>54</u>	Der Nachfolger von 55 ist: <u>60</u>	Der Nachfolger von 55 ist: <u>66</u>

FEHLER

**MÖGLICHE
URSACHEN**

- › Probleme im Begriffsverständnis (Vorgänger, Nachfolger, Vorzehner, Nachzehner).
- › Schwierigkeiten im Leseverständnis von Fachtermini
- › Herausforderungen bei der Orientierung im Zahlenraum bis 100 und dem Erkennen des Ordnungsprinzips
- › Fehlende Orientierung innerhalb eines Zehnerbereiches

**FÖRDER-
EMPFEHLUNGEN
& ÜBUNGEN**

- › Übungen zur Zahldarstellung und Zahlauffassung an einer strukturierten Hundertertafel
- › Abschreiten von Wegen auf der Hundertertafel (auch gedanklich)
- › Identifizieren versteckter Zahlen unter Plättchen
- › Bestimmen fehlender Zahlen auf Hundertertafel-Ausschnitten
- › Zusammenfügen von Puzzleteilen
- › Entdecken von Mustern auf der Hundertertafel
- › Verwenden einer „Lochschablone“, in der nur eine Zahl zu sehen ist
 - › Wie heißt die Zahl links, rechts, oben, unten?
 - › Gehe zwei Schritte nach links, drei Schritte nach unten. Welche Zahl triffst du?

AUFGABE 11 – ERKENNEN UND NUTZEN VON ZAHLBEZIEHUNGEN, ANWENDEN FACHBEGRIFFE

Ordne die Zahlen. Beginne mit der kleinsten Zahl.

98 37 89 45

_____ , _____ , _____ , _____

.....

Ordne die Zahlen. Beginne mit der kleinsten Zahl.
98 37 89 45
<u>45</u> , <u>37</u> , <u>89</u> , <u>98</u>

FEHLER

**MÖGLICHE
URSACHEN**

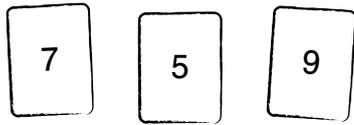
- › Herausforderungen bei der Orientierung im Zahlenraum bis 100 und dem Erkennen des Ordnungsprinzips
- › Probleme im Zahlverständnis und Zahlaufbau
- › Schwierigkeiten im Aufgaben- und Begriffsverständnis (Ordne ..., ... kleinsten ...)
- › Fehlende Strategien beim Ordnen von Zahlen (nummerieren, durchstreichen, abhaken)

**FÖRDER-
EMPFEHLUNGEN
& ÜBUNGEN**

- › Vgl. auch Förderempfehlungen und Übungen zu den Aufgaben 9 und 10

AUFGABE 12 – ERKENNEN UND NUTZEN VON ZAHLBEZIEHUNGEN

Das sind 3 Ziffernkarten:



Welche größte zweistellige Zahl kann man damit legen?

Die Zahl heißt: _____

FEHLER

Welche größte zweistellige Zahl kann man damit legen?

Die Zahl heißt: 59

Welche größte zweistellige Zahl kann man damit legen?

Die Zahl heißt: 79

Welche größte zweistellige Zahl kann man damit legen?

Die Zahl heißt: 21

Welche größte zweistellige Zahl kann man damit legen?

Die Zahl heißt: 59

MÖGLICHE URSACHEN

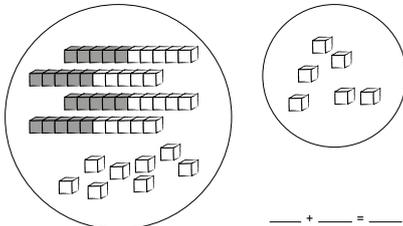
- › Schwierigkeiten im Aufgabenverständnis
- › Herausforderungen in der Orientierung im Zahlenraum bis 100
- › Fehlende Vorstellung im Mengen- und Stellenwertverständnis (79 statt 97)

FÖRDER- EMPFEHLUNGEN & ÜBUNGEN

- › Vgl. Förderempfehlungen und Übungen zu den Aufgaben 9 bis 11

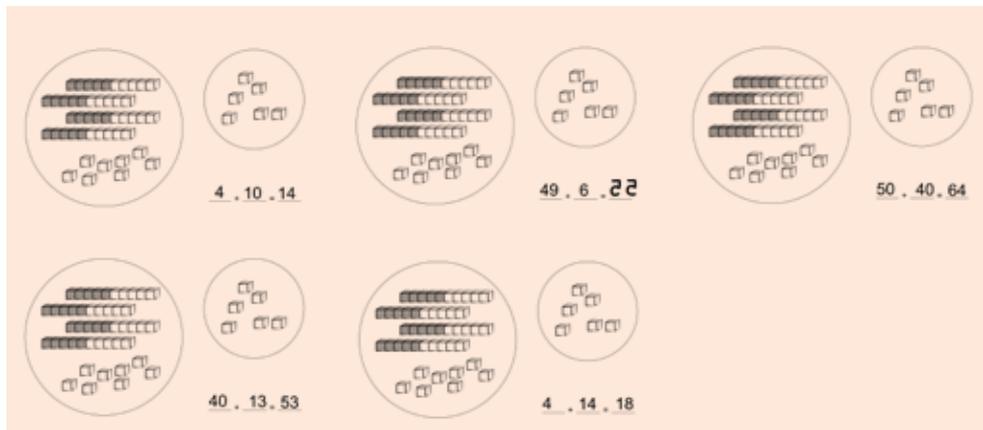
AUFGABE 13 – OPERATIONSVERSTÄNDNIS ADDITION

Schreibe die Additionsaufgabe zum Bild. Löse sie.



Aufgabe wurde nach der Erprobung angepasst.

FEHLER

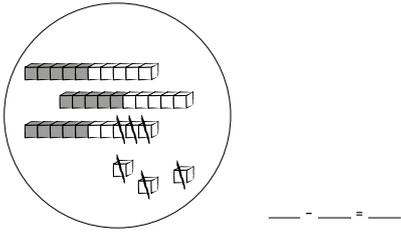


MÖGLICHE URSACHEN

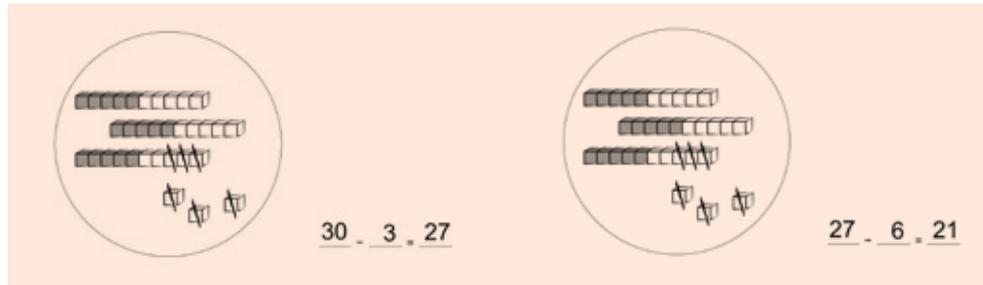
- › Schwierigkeiten im Operationsverständnis bzw. der Aktivierung grundlegender Konzepte für die Addition
- › Herausforderungen beim strukturierten Erfassen gebündelter und ungebündelter großer Mengen
- › Schwierigkeiten beim Ablösen vom zählenden Erfassen von Mengen
- › Fehlende Strategie oder Übung im schnellen Erfassen von Anzahlen ohne zeitintensives Abzählen
- › Verzicht auf Anschauungsmaterial bei der Erarbeitung des Operationsverständnisses

AUFGABE 14 – OPERATIONSVERSTÄNDNIS SUBTRAKTION

Schreibe die Subtraktionsaufgabe zum Bild. Löse sie.



FEHLER



MÖGLICHE URSACHEN

- › Mangelnde Darstellung und Thematisierung/Behandlung der notwendigen Konzepte bzw. Grundvorstellungen der Subtraktion in den Lehrbüchern der Grundschule
- › Probleme beim Operationsverständnis sowie dem Verstehen und Anwenden grundlegender Konzepte der Subtraktion
- › Unzureichendes Stellenwertverständnis
- › Schwierigkeiten mit der Darstellungsinterpretation der Subtraktion
- › Probleme beim Über- oder Unterschreiten der Zehnerstelle in mathematischen Operationen

FÖRDER- EMPFEHLUNGEN & ÜBUNGEN

zu den Aufgaben 13 und 14

- › Entwickeln der Grundvorstellungen zur Addition und Subtraktion: Alltagsbezüge nutzen, Sachsituationen nachspielen, Nutzen von handlungsorientiertem Material, Einhalten von E-I-S Transfer
- › Einsetzen von Übungen im flexiblen Rechnen von Anfang an
- › Prozessbezogene Kompetenzen mitdenken (Argumentieren, Kommunizieren, Darstellen)
- › Nutzen von Dreibild-Situationen bei der Subtraktion

AUFGABE 15 – ABLÖSUNG VOM ZÄHLENDEN RECHNEN, ZAHLENRECHNEN

Rechne.

a) $46 + 7 = \underline{\quad}$ b) $24 + 25 = \underline{\quad}$ c) $53 + 29 = \underline{\quad}$
 $85 - 9 = \underline{\quad}$ $68 - 15 = \underline{\quad}$ $61 - 58 = \underline{\quad}$

FEHLER

a) $46 + 7 = \underline{35}$ b) $24 + 25 = \underline{39}$ c) $53 + 29 = \underline{39}$ d) $53 + 29 = \underline{82}$ e) $53 + 29 = \underline{72}$ f) $53 + 29 = \underline{82}$
 $85 - 9 = \underline{87}$ $68 - 15 = \underline{52}$ $61 - 58 = \underline{18}$ $61 - 58 = \underline{1}$ $61 - 58 = \underline{11}$ $61 - 58 = \underline{7}$

MÖGLICHE URSACHEN

- › Schwierigkeiten im Verstehen des Zahlaufbaus (dekadisches System) und des Entwickelns von Zahlvorstellungen
- › Herausforderungen beim Übergang zur abstrakten Ebene des mentalen Operierens mit Zahlen
- › Unzureichend trainierter Zahlenblick vor dem Lösen von Aufgaben: Ist das eine Aufgabe mit/ohne Überschreiten oder Unterschreiten des Zehners? Kann ich hier eher addieren statt subtrahieren? (flexible Rechenfähigkeiten)
- › Problem im Operationsverständnis der Subtraktion ($58 + 3 = 61$, „Wie viele fehlen noch bis ...?“)
- › Herausforderungen im Kurzzeitgedächtnis führt zu unvollständigen Operationen
- › Schwierigkeiten im Verstehen der Bedeutung von Minuend und Subtrahend sowie der Operation Subtraktion (im o. g. Beispiel: Vertauschen der Einer zum „besseren“ Subtrahieren)

FÖRDER- EMPFEHLUNGEN & ÜBUNGEN

- › Verdeutlichen der Grundmuster beider Rechenoperationen
- › Schrittweiser Übergang zum Vorstellen und Abstrahieren sowie Wegführen vom Rechnen mit Material (vgl. Kapitel: Methodische Stufung – Vier-Phasen-Modell)
- › Vermeiden des Anbietetens „rezeptartiger“ Strategien oder Algorithmen
- › Gewähren von ausreichend Zeit
- › Entwickeln flexibler Rechenfähigkeiten
- › Entdecken und Entwickeln von tragfähigen nicht-zählenden Strategien
- › Durchführen von Rechenkonferenzen, Kommunizieren von Strategien (eigene oder fremde Strategien erklären, begründen, miteinander vergleichen, prozessbezogene Kompetenzen fördern)¹⁴

¹⁴ Vgl. Korten, L. Mathematische Gespräche in heterogenen Kinderpaaren. Die Grundschulzeitschrift. Nr. 324. 4. Dezember 2020. S. 32 ff. Friedrich Verlag.

AUFGABE 16 – OPERATIONSVERSTÄNDNIS ADDITION UND SUBTRAKTION

Welche Aufgabe gehört zu welchem Text? Verbinde.
Nur eine Aufgabe bleibt übrig.

Pia hat 29 Sticker. Sie bekommt zum achten Geburtstag 6 Sticker dazu.	$29+8$	Eddi hat 40 Sticker. Siri hat 35 Sticker. Wie viele Sticker braucht Siri, damit sie genauso viele wie Eddi hat?
	$40-35$	
	$35+ _ = 40$	
	$29+6$	

FEHLER

Pia hat 29 Sticker. Sie bekommt zum achten Geburtstag 6 Sticker dazu.	$29+8$	Eddi hat 40 Sticker. Siri hat 35 Sticker. Wie viele Sticker braucht Siri, damit sie genauso viele wie Eddi hat?
	$40-35$	
	$35+ _ = 40$	
	$29+6$	

MÖGLICHE URSACHEN

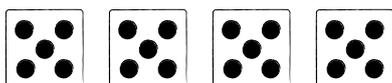
- › Schwierigkeiten im Textverständnis
- › Probleme beim Entnehmen/Abtrennen relevanter Informationen für das Rechnen und dem Erkennen von Signalwörtern zur Durchführung der entsprechenden Operation

FÖRDER-EMPFEHLUNGEN & ÜBUNGEN

- › Entwickeln von flexiblen und tragfähigen Operationsvorstellungen um Addition und Subtraktion sicher zu verstehen
- › Entwickeln von Sachaufgaben, Zeichnungen, Pfeilbildern, Bildgeschichten zu den drei Grundvorstellungen der Subtraktion: Abziehen, Ergänzen und Vergleichen
- › Einbinden spielerischer Handlungen (Rollenspiele)
- › Darstellungswechsel: Handlungen, Bilder, Sprache, schriftliche Symbole

AUFGABE 17 – OPERATIONSVERSTÄNDNIS MULTIPLIKATION

Schreibe die Aufgaben zum Bild. Rechne.



$$\square + \square + \square + \square = \square$$

$$\square \cdot \square = \square$$

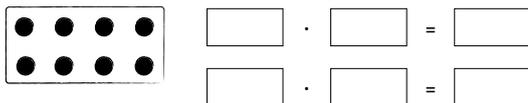
FEHLER

MÖGLICHE URSACHEN

- > Unzureichend entwickeltes und tragfähiges Operationsverständnis bzw. Multiplikationsverständnis aufgrund geringer Handlungserfahrungen
- > Fehlende mentale Vorstellung des Prinzips der wiederholten Ausführung der Addition und deren Anwendung durch das Nutzen der Multiplikation
- > Fokussieren auf die Addition einzelner dargestellter Elemente: $1+2+3+4 = 5$ anstelle des Anwendens der multiplikativen Vorgehensweise

AUFGABE 18 – OPERATIONSVERSTÄNDNIS MULTIPLIKATION, FACHBEGRIFFE

Schreibe eine Multiplikationsaufgabe und die passende Tauschaufgabe zum Bild.



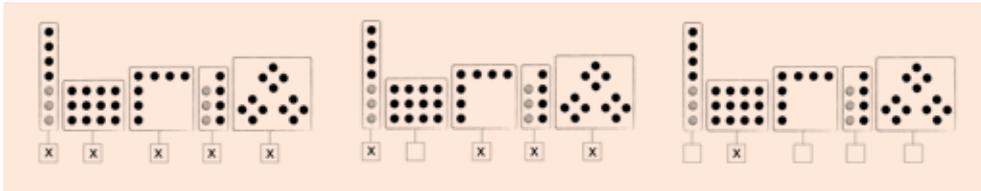
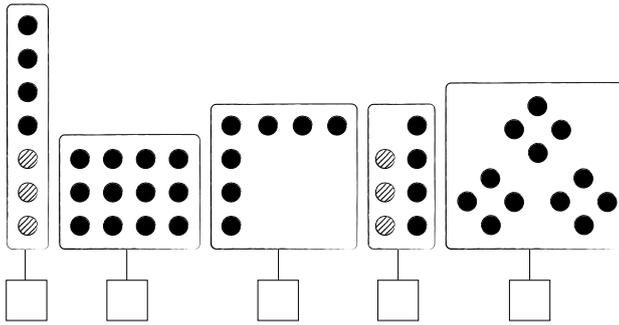
FEHLER

MÖGLICHE URSACHEN

- > Schwierigkeiten im Umgang mit den Fachtermini
- > Probleme beim Erkennen der Multiplikation als fortgesetzte Addition und dem Herstellen der Verbindung zwischen den Konzepten
- > Unzureichend entwickeltes tragfähiges Operationsverständnis bzw. Multiplikationsverständnis aufgrund mangelnder Aktivierung grundlegender Vorstellungen zur Multiplikation sowie von Handlungserfahrungen bedingt durch eine zu zeitige Abkehr von der Anschauung
- > Auswendiglernen und Aufsagen von Multiplikationsaufgaben ohne Verinnerlichen des Multiplikationskonzeptes

AUFGABE 19 – OPERATIONSVERSTÄNDNIS MULTIPLIKATION

Welche Bilder passen zur Aufgabe 3•4? Kreuze an.



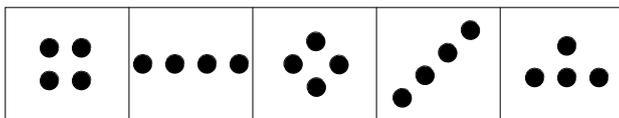
FEHLER

MÖGLICHE URSACHEN

- > Schwierigkeiten im Erkennen der Multiplikation als fortgesetzte Addition
- > Unzureichend entwickeltes tragfähiges Operationsverständnis bzw. Multiplikationsverständnis aufgrund mangelnder Aktivierung grundlegender Vorstellungen zur Multiplikation sowie von Handlungserfahrungen bedingt durch eine zu zeitige Abkehr von der Anschauung
- > Herausforderungen im Umgang mit dem Darstellungswechsel

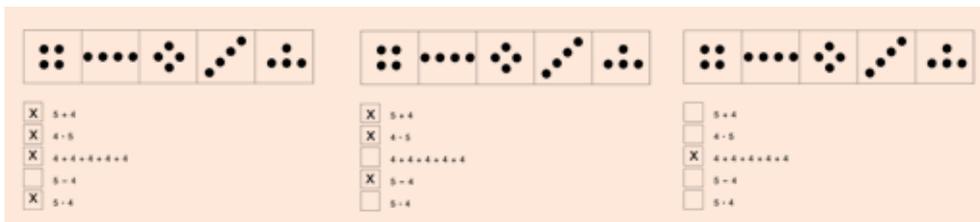
AUFGABE 20 – OPERATIONSVERSTÄNDNIS MULTIPLIKATION

Welche Aufgaben passen zum Bild? Kreuze an.



- $5 + 4$
 $4 \cdot 5$
 $4 + 4 + 4 + 4 + 4$
 $5 - 4$
 $5 \cdot 4$

FEHLER



MÖGLICHE URSACHEN

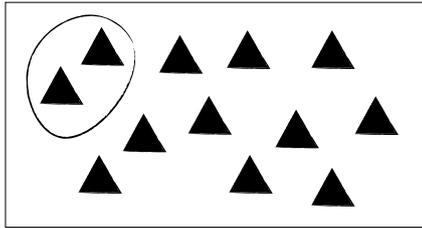
- › Fehlendes oder nicht tragfähiges Operationsverständnis bzw. Multiplikationsverständnis in Abgrenzung zur Addition
- › Probleme beim Erkennen der Multiplikation als fortgesetzte Addition und beim Herstellen der Verbindung zwischen den Konzepten
- › Unzureichende Handlungserfahrungen bzw. Übungen zum Darstellungswechsel

FÖRDER- EMPFEHLUNGEN & ÜBUNGEN

- zu den Aufgaben 17 bis 20
- › Beherrschen der Multiplikationsaufgaben erst in der 3. Klassenstufe (Zeit lassen)
 - › Verbinden der Veranschaulichung der Multiplikation und Division immer mit Kommunikation
 - › Verzicht auf die Vorgabe von Strategien oder deren Nachahmung zum Erlernen der Multiplikations- oder Divisionsaufgaben
 - › Vergleichen multiplikativer mit additiven Strukturen
 - › Entdecken von Multiplikationsaufgaben in der Umwelt u. a.: Fensterfronten an Häusern, Blumenbeete, Solarpanelen auf dem Dach, Fächer an Möbeln, Schokoladenstückchen einer Tafel, Fliesen im Badezimmer, Tablettenschachteln
 - › Bauen von Türmen, Legen von Mustern und Auffädeln von Perlen nach Anleitung
 - › Umstrukturieren von unstrukturierten Punktbildern in eine multiplikative Sichtweise
 - › Einsetzen von rechteckigen Punktefeldern zum Deuten der Multiplikationsaufgaben sowie der Tausch- und Umkehraufgaben bzw. von Assoziativität oder Kommutativität
 - › Zahlen- und Aufgabenblick an strukturierten Punktbildern schulen
 - › Nutzen von Strategien zur Entwicklung flexibler Rechenfähigkeiten (Bremsen des Rechendranges)
 - › Strukturen vergleichen, beschreiben, bewerten, vorstellen, reflektieren, begründen (Entwickeln prozessbezogener Kompetenzen)
 - › Umstrukturieren von Punktbildern (halbieren, drehen, aufklappen)
 - › Herleiten unbekannter Multiplikationsaufgaben von bekannten Kernaufgaben
 - › Bilden von Portionen
 - › Literaturempfehlung: Gaidoschik, Michael

AUFGABE 21 a) UND b) – OPERATIONSVERSTÄNDNIS DIVISION/FACHBEGRIFFE

a) Teile gerecht auf. Kreise weiter ein.



b) Ergänze die Aufgaben so, dass sie zum Bild passen.

$$12 = \underline{\quad} \cdot \underline{\quad}$$

$$12 : \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

FEHLER

<p>a) Teile gerecht auf. Kreise weiter ein.</p> <p>b) Ergänze die Aufgaben so, dass sie zum Bild passen.</p> $12 = \underline{10} \cdot \underline{2}$ $12 : \underline{2} = \underline{10}$	<p>c) Teile gerecht auf. Kreise weiter ein.</p> <p>b) Ergänze die Aufgaben so, dass sie zum Bild passen.</p> $12 = \underline{5} \cdot \underline{2}$ $12 : \underline{2} = \underline{5}$	<p>a) Teile gerecht auf. Kreise weiter ein.</p> <p>b) Ergänze die Aufgaben so, dass sie zum Bild passen.</p> $12 = \underline{6} \cdot \underline{2}$ $12 : \underline{3} = \underline{4}$
--	--	--

MÖGLICHE
URSACHEN

- Unzureichend entwickeltes tragfähiges Operationsverständnis bzw. Divisionsverständnis in Abgrenzung zur Addition oder Subtraktion
- Schwierigkeiten im Verstehen der Situation des Aufteilens
- Herausforderungen im simultanen Erfassen der Teilmengen
- Probleme im Erfassen der bereits aufgeteilten und gegliederten Teilmengen
- Nutzen der Addition mit der Verwendung eines Multiplikations- und Divisionszeichens
- Probleme im Erkennen der Beziehung zwischen Aufgabe und Umkehraufgabe (zufällige Besetzung des Divisors und Quotienten ohne Beziehung zur Multiplikationsaufgabe)

AUFGABE 22 – OPERATIONSVERSTÄNDNIS MULTIPLIKATION/DIVISION/FACHBEGRIFFE

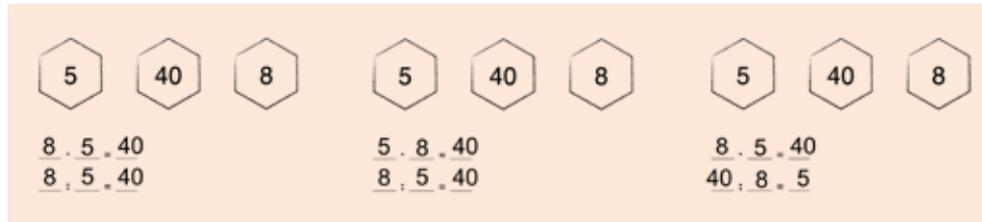
Schreibe zu den Zahlen eine Multiplikationsaufgabe und die Umkehraufgabe.





$_ \cdot _ = _$
 $_ : _ = _$

FEHLER



Example 1: $8 \cdot 5 = 40$ and $8 : 5 = 40$
 Example 2: $5 \cdot 8 = 40$ and $8 : 5 = 40$
 Example 3: $8 \cdot 5 = 40$ and $40 : 8 = 5$

MÖGLICHE URSACHEN

- > Unzureichend entwickeltes tragfähiges Operationsverständnis bzw. Divisionsverständnis
- > Ignorieren des Quotienten als größte zu verteilende Zahl (Menge)
- > Probleme im Erkennen der Beziehung zwischen Aufgabe und Umkehraufgabe – Multiplikation und Division (zufällige Besetzung des Divisors)
- > Automatisieren von Multiplikations- und Umkehraufgaben durch Auswendiglernen

FÖRDER- EMPFEHLUNGEN & ÜBUNGEN

zu den Aufgaben 21 und 22

- > Herleiten der Divisionsaufgaben aus bekannten Multiplikationsaufgaben
- > Übungen zum Entwickeln des flexiblen Rechnens:
 - > Sortieren nach leichten oder schweren Aufgaben
 - > Sortieren nach Aufgaben „mit Trick“ oder „auswendig gelernt“
 - > Sortieren der Aufgaben mit und ohne Rest (mit demselben oder einem bestimmten Rest)
 - > Zerlegen „schwerer“ Aufgaben
 - > Gegensinniges Verändern

Präventive Förderung basaler mathematischer Kompetenzen

Nach der Fehleranalyse bzw. der Identifizierung möglicher Schwierigkeiten beim Lösen der Aufgaben in den Lernstandserhebungen zur Überprüfung basaler mathematischer Kompetenzen schließt sich die präventive Förderung an, die sich an den individuellen Lern- und Entwicklungsvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler orientiert. Das heißt, Anforderungen stellen, um ausgehend von adäquaten Zielen das Leistungsvermögen jedes Einzelnen auszuschöpfen.

Präventive Förderung berücksichtigt die Balance von Individualität und Gemeinschaft. Dabei meint präventive Förderung sowohl das Vorbeugen und Abwenden von Fehlentwicklungen als auch das Vorbeugen und Verhindern des Entstehens von manifestierenden Schwierigkeiten bzw. um das Festigen und Stärken des individuellen Entwicklungsstandes im Anfangsunterricht.¹⁵

Förderung und Prävention sind besonders im Anfangsunterricht gemeinsam zu denken. Je nach Zielgruppe sind dabei die strukturierten Präventionsebenen Bestandteil bewusst gestalteter Förderung.¹⁶

Die drei aufeinander aufbauenden Präventionsebenen beschreiben neben den Zielgruppen auch die Präventionsziele sowie die Formen der Differenzierung im Unterricht im Fach Mathematik an Grundschulen.

¹⁵ Vgl. Sächsisches Staatsministerium für Kultus (2022). Rechenschwierigkeiten vorbeugen. Empfehlungen zur Förderung von Schülern im Anfangsunterricht. S. 20. <https://publikationen.sachsen.de/bdb/artikel/35463>. [zuletzt aufgerufen am: 31.07.2024].

¹⁶ Vgl. ebd., S. 20.



PRÄVENTIONSEBENE UND ZIELGRUPPE	AUSGEWÄHLTE FÖRDERZIELE	FORMEN DER DIFFERENZIERUNG
 <p>1. Präventionsebene (universell)</p> <p>Zielgruppe: Alle Schülerinnen und Schüler der jeweiligen Klasse bzw. Schulgemeinschaft</p>	<ul style="list-style-type: none"> › allgemeine Förderung in den Entwicklungsbereichen › Förderung grundlegender Kompetenzen für das mathematische Lernen › Förderung von Lernkompetenz › Lernförderliches Klima und erfolgreiche Teilnahme aller Schülerinnen und Schüler am Unterricht › Lückenschließendes Lernen 	<ul style="list-style-type: none"> › Förderung durch Maßnahmen der Binnendifferenzierung innerhalb des Klassenunterrichts › Förderung durch natürliche Differenzierung in Form von Lernumgebungen
 <p>2. Präventionsebene (selektiv)</p> <p>Zielgruppe: Ausgewählte Schülerinnen und Schüler bzw. Schülergruppen mit Schwierigkeiten im Rechnen</p>	<ul style="list-style-type: none"> › Zielgerichtete Förderung entsprechend dem individuellen Förderbedarf auf Grundlage der pädagogischen Diagnostik › Lückenschließendes Lernen › Sicherung von Lernvoraussetzungen, z. B. von Wahrnehmungsfähigkeiten › Reduzierung von Lernschwierigkeiten 	<ul style="list-style-type: none"> › Förderung weitestgehend durch spezifische Maßnahmen der Binnendifferenzierung innerhalb und außerhalb des Klassenunterrichts
 <p>3. Präventionsebene (indiziert)</p> <p>Zielgruppe: einzelne Schülerinnen und Schüler, bei denen sich bereits manifeste Auffälligkeiten zeigen</p>	<ul style="list-style-type: none"> › Unbedingt erforderliche, zielgerichtete und individualisierte Förderung › Lückenschließendes Lernen › Vermeidung von Folgeerscheinungen in anderen Entwicklungsbereichen 	<ul style="list-style-type: none"> › Förderung durch individualisierte Maßnahmen der Binnendifferenzierung innerhalb und außerhalb des Klassenunterrichts ergänzt durch Maßnahmen der äußeren Differenzierung › Nutzung von leistungsdifferenzierten Lernangeboten (individuelle Förderung, GTA)

Literaturverzeichnis

- **Akinwunmi, K., Deutscher, T., Mosandl, C., Nührenbörger, M., Selter, C.** (2014). Berlin. Cornelsen. Mathe sicher können. Auszug „N1-Stellenwerte verstehen“ aus: Förderbausteine zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen. Natürliche Zahlen. https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/mskfiles/uploads/docs/BausteinN1A_S_Zahlen_mit_Material_lesen_darstellen_150120.pdf. [zuletzt aufgerufen am: 31.07.2024].
- **Dolenc-Petz, R., Dr. Niklas, A.** (Hrsg.) (02/2021). Einmaleins und Einspluseins. Grundschulmagazin. Hannover. Friedrich Verlag.
- **Dolenc-Petz, R.** (Hrsg.) (04/2023). Diagnosegeleitet fördern. Grundschulmagazin. Hannover. Friedrich Verlag.
- **KIRA. Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik** (2024). Dortmund. Fakultät für Mathematik. Stellenwertverständnis. <https://kira.dzlm.de/node/616>. [zuletzt aufgerufen am: 31.07.2024].
- **KIRA, Mahiko, PIKAS. Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung in der Mathematik** (2024). Dortmund. Fakultät für Mathematik. Materialsammlung. Stellenwertverständnis aufbauen. <https://www.taskcards.de/#/board/49a9b084-32bb-45ec-bbaa-3cb472684f74/view?token=199f004a-89fe-414f-b3b4-65b2bf04303>. [zuletzt aufgerufen am: 31.07.2024].
- **PIKAS. Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik** (2024). Dortmund. Fakultät für Mathematik. Basiskompetenzen sichern. Stellenwertverständnis. <https://pikas.dzlm.de/fortbildung/rechenschwierigkeiten/33-stellenwertverst%C3%A4ndnis>. [zuletzt aufgerufen am: 31.07.2024].
- **PIKAS. Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik** (2024). Dortmund. Fakultät für Mathematik. Bildkartei zum Bündeln. Zahlenraum bis 100. <https://pikas.dzlm.de/pikasfiles/uploads/upload/Material/lernen-auf-distanz/lad-bildkartei-buendeln.pdf>. [zuletzt aufgerufen am: 31.07.2024].
- **Primakom. Deutsches Zentrum für Lehrkräftefortbildung** (2024). Dortmund. Fakultät der Mathematik. Stellenwertverständnis. Stellenwerte: Fundament und Stolpersteine. <https://primakom.dzlm.de/node/282>. [zuletzt aufgerufen am: 31.07.2024].
- **Sächsisches Staatsministerium für Kultus (SMK)** (2020). Rechenschwierigkeiten vorbeugen – Empfehlungen zur Förderung von Schülern im Anfangsunterricht. <https://publikationen.sachsen.de/bdb/artikel/35463>. [zuletzt aufgerufen am: 31.07.2024].
- **Sächsisches Staatsministerium für Kultus (SMK)** (2021). Förderung der kognitiven Entwicklung von Kindern im Anfangsunterricht der Grundschule. <https://publikationen.sachsen.de/bdb/artikel/38111>. [zuletzt aufgerufen am 31.07.2024].
- **Ständige Wissenschaftliche Kommission (SWK)** (2022). Basale Kompetenzen vermitteln – Bildungschancen sichern. Perspektiven für die Grundschule. In Gutachten der Ständigen Wissenschaftlichen Kommission der Kultusministerkonferenz: https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/pdf/KMK/SWK/2022/SWK-2022-Gutachten_Grundschule.pdf. [zuletzt aufgerufen am: 04.08.2024].

**Herausgeber:**

Sächsisches Staatsministerium für Kultus
Referat 43 Grund- und Förderschulen
Carolaplatz 1, 01097 Dresden

Redaktion:

Landesamt für Schule und Bildung Standort Radebeul

Redaktionsschluss:

Überarbeitete Version Dezember 2024

Gestaltung und Satz:

machzwei – Gestaltung & Kommunikation

Illustration:

Anette Maro Art

Verteilerhinweis

Diese Informationsschrift wird von der Sächsischen Staatsregierung im Rahmen ihrer verfassungsmäßigen Verpflichtung zur Information der Öffentlichkeit herausgegeben. Sie darf weder von Parteien noch von deren Kandidaten oder Helfern im Zeitraum von sechs Monaten vor einer Wahl zum Zwecke der Wahlwerbung verwendet werden. Dies gilt für alle Wahlen. Missbräuchlich ist insbesondere die Verteilung auf Wahlveranstaltungen, an Informationsständen der Parteien sowie das Einlegen, Aufdrucken oder Aufkleben parteipolitischer Informationen oder Werbemittel. Untersagt ist auch die Weitergabe an Dritte zur Verwendung bei der Wahlwerbung. Auch ohne zeitlichen Bezug zu einer bevorstehenden Wahl darf die vorliegende Druckschrift nicht so verwendet werden, dass dies als Parteinarbeit des Herausgebers zugunsten einzelner politischer Gruppen verstanden werden könnte. Diese Beschränkungen gelten unabhängig vom Vertriebsweg, also unabhängig davon, auf welchem Wege und in welcher Anzahl diese Informationsschrift dem Empfänger zugegangen ist. Erlaubt ist jedoch den Parteien, diese Informationsschrift zur Unterrichtung ihrer Mitglieder zu verwenden.

Copyright

Diese Veröffentlichung ist urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte, auch die des Nachdruckes von Auszügen und der fotomechanischen Wiedergabe, sind dem Herausgeber vorbehalten. Diese Maßnahme wird mitfinanziert mit Steuermitteln auf Grundlage des vom Sächsischen Landtag beschlossenen Haushaltes.